

नोट्स

whatsapp

8696608541

अपडेटेड नोट्स

OM PRAKASH SAINI



Chapter - 4 विद्युत धारिता

* पदार्थों के प्रकार -

वि. धारा के चालन के आधार पर पदार्थ मुख्य रूप से दो प्रकार के होते हैं।

1. चालक पदार्थ
2. कुचालक या वि. रोकथाम पदार्थ

1. चालक पदार्थ -

वे पदार्थ जो वि. धारा का चालन करते हैं। उन्हें चालक पदार्थ कहा जाता है। तथा इन पदार्थों में मुक्त e^- उपस्थित होते हैं।
eg. सोना, चाँदी, ताँबा, एल्युमिनियम, लौहा इत्यादि।

2. कुचालक या वि. रोकथाम पदार्थ -

वे पदार्थ जो वि. धारा का चालन नहीं करते हैं। तथा जिनमें मुक्त e^- उपस्थित नहीं होते उन्हें कुचालक या वि. रोकथाम पदार्थ कहा जाता है।
eg. सुखीलकड़ी, प्लास्टिक, रबर, काँच इत्यादि।

* बंध आवेश तथा मुक्त आवेश -

बंध आवेश -

पदार्थ कई परमाणुओं से मिलकर बना होता है। तथा प्रत्येक परमाणु में नाभिक के चारों ओर e^- कक्षों में घबकर लगाते हैं। इनमें जो e^- नाभिक के समीप होते हैं उनपर प्रबल आकर्षण बल लगता है। जिसके कारण इन इलेक्ट्रॉनों को बंध आवेश के नाम से जाना जाता है।

मुक्त आवेश -

परमाणु के बाह्यतम कोश में उपस्थित इलेक्ट्रॉनों

पर नाभिक का आकर्षण बल दुर्बल होता है जिसके कारण ये e^- आसानी से नाभिक से मुक्त हो जाते हैं। इस कारण इन इलेक्ट्रॉनों को मुक्त आवेश कहा जाता है।

* परावैद्युत पदार्थ -

वे पदार्थ जो वि. धारा का चालन नहीं करते अर्थात् जिनमें मुक्त e^- आवेशित नहीं होते उन्हें परावैद्युत पदार्थ कहा जाता है। लेकिन वि. क्षेत्र में ये पदार्थ अपना प्रभाव प्रदर्शित करते हैं।

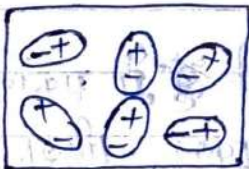
* परावैद्युत पदार्थों के प्रकार -

धनावेश व ऋणावेश के केंद्रों की व्यवस्था के आधार पर परावैद्युत पदार्थ दो प्रकार के होते हैं।

1. ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ
2. अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ

1. ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ -

वे परावैद्युत पदार्थ जिनमें धनावेश व ऋणावेश के केंद्र पृथक्-पृथक् होते हैं तथा जिनमें कुल द्विध्रुव आघुर्ण होता है। उन्हें ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ कहा जाता है।
Eg. HCl, NaCl, H₂O etc.



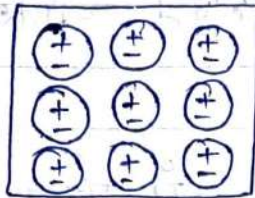
$$\vec{E} = 0$$

$$\vec{P} \neq 0$$

2. अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ -

वे परावैद्युत पदार्थ जिनमें धनावेश व ऋणावेश के केंद्र एक-दूसरे के सम्पर्क में होते हैं। जिसके कारण इनमें कुल द्विध्रुव आघुर्ण का मान शून्य है। इनको अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ कहा जाता है।

Eg. CH_4 , O_2 , N_2 , CO_2 etc.

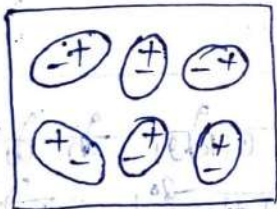


$$\vec{E} = 0$$

$$\vec{P} = 0$$

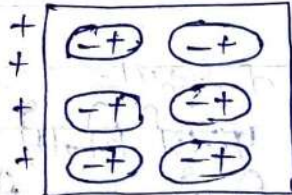
* परावैद्युत पदार्थों का ध्रुवन -

जब परावैद्युत पदार्थों को बाह्य वि. क्षेत्र कि उपस्थिति में रखा जाता है तो इनके अणु संरेखित होने लगते हैं अर्थात् इनकी एक निश्चित ज्यामितीय व्यवस्था प्राप्त होती है जिसके कारण इनमें परिणामी द्विध्रुव आघुर्ण उत्पन्न होता है इस घटना को ही परावैद्युत पदार्थों का ध्रुवन कहा जाता है।



$$\vec{E} = 0$$

$$\vec{P} \neq 0$$



$$\vec{P} \neq 0$$

Note: → ध्रुवन सदिश -

आयतन में उपस्थित बाह्य वि. क्षेत्र कि उपस्थिति में एकांक द्विध्रुव आघुर्ण को ही ध्रुवन सदिश कहा जाता है।

$$\vec{P}_{\text{ध्रुवन}} = \frac{\vec{P}}{V}$$

→ रेखीय समदैशिक परावैद्युत पदार्थ -

जिस परावैद्युत पदार्थ में ध्रुवन सदिश आरंभित वि. क्षेत्र के समानुपाती है। उसे रेखीय समदैशिक परावैद्युत पदार्थ कहा जाता है।

$$\vec{P} \propto \vec{E}$$

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E}$$

जहाँ पर $\chi_e =$ वैद्युत प्रवृत्ति (काँस्ट)

* चालक की धारिता -

जब किसी चालक को आवेश दिया जाता है तो इसके विभव में वृद्धि होने लगती है। इस स्थिति में चालक को दिया गया आवेश इसी विभव में हुई वृद्धि के समानुपाती होता है।

$$Q \propto V$$

$$Q = CV \quad \text{--- (1)}$$

जहाँ पर $C =$ चालक की धारिता
सभी के लिए -

$$C = \frac{Q}{V}$$

अतः इससे स्पष्ट होता है कि "चालक को दिया गया आवेश तथा विभव में हुई वृद्धि के अनुपात को ही चालक की धारिता कहा जाता है।"

⇒ धारिता की विमा व मात्रक -

$$\text{विमा} = [A^1 T^1]$$

$$[m^{-1} L^2 T^3 A^{-1}]$$

$$L = [m^{-1} L^{-2} T^4 A^2]$$

$$\text{मात्रक} = \frac{\text{कुलोम}}{\text{वोल्ट}}$$

$$\text{or } \frac{\text{sec}^4 \times \text{Amp}^2}{\text{kg} \times \text{m}^2}$$

or फैरड

* 1 फेरड की परिभाषा -

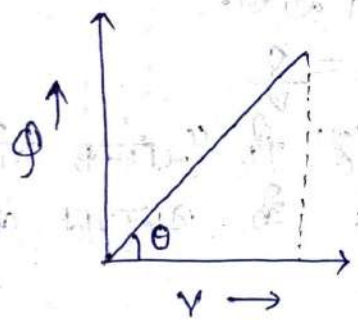
$$C = \frac{Q}{V}$$

यदि $C = \frac{1 \text{ कुलॉम}}{1 \text{ वोल्ट}}$

$$C = 1 \text{ फेरड}$$

"अतः इससे स्पष्ट होता है कि यदि किसी चालक को कुलॉम का आवेश दिया जाए तथा इसके विभव में 1 volt की वृद्धि हो जाए तो चालक की धारिता 1 फेरड प्राप्त होती है।"

* चालक की धारिता के लिए Q तथा V के मह्य ग्राफ -



$$m = \tan \theta = \frac{L}{A} = \frac{Q}{V}$$

$$\therefore \frac{Q}{V} = C$$

$$\boxed{\tan \theta = C}$$

* चालक की धारिता की निर्भरता -

चालक के आकार पर -

1. चालक की आकृति पर

2. समीपवर्ति अन्य चालक की उपस्थिति पर

3. माध्यम की प्रकृति पर

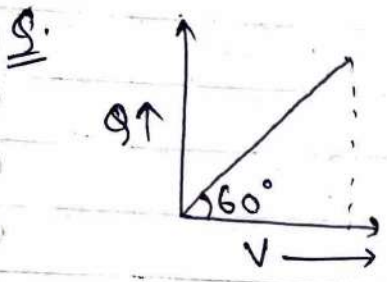
Q. यदि किसी चालक के आवेश को पगुना तक बढा दिया जाए तो इस चालक की धारिता पर क्या उभाव पड़ेगा।
इस स्थिति में धारिता का मान अपरिवर्तित रहता है क्योंकि

Ans

Q. 4. v

Q. यदि किसी चालक के विभव को आधा कर दिया जाए तो इसकी धारिता पर क्या प्रभाव पड़ेगा।

Ans इस स्थिति में वही धारिता का मान अपरिवर्तित रहता है।



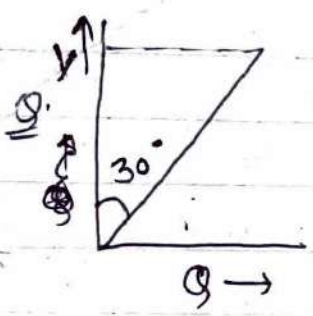
Q. उद्वर्तित ग्राफ की सहायता से चालक की धारिता का मान ज्ञात करें।

$$m = \tan \theta = \frac{C}{V} = \frac{Q}{V}$$

$$\tan \theta = C$$

$$\tan 60^\circ = C$$

$$C = \sqrt{3} F$$



Q. उद्वर्तित ग्राफ की सहायता से चालक की धारिता का मान ज्ञात करें।

$$m = \tan \theta = \frac{C}{V}$$

$$\tan \theta = C$$

$$C = \tan 30^\circ$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Note:-

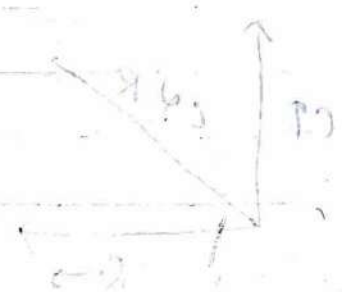
$$X_e = \frac{P}{E}$$

निवृत्त में -

$$X_e = \frac{P}{\omega E}$$

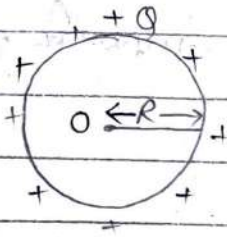
$$X_e = [m^0 L^{-2} T^1 A^1]$$

$$X = \frac{[m^0 L^{-2} T^1 A^1]}{[m^0 L^{-2} T^1 A^1]}$$



* विद्युत गोलिय चालक की धारिता -

माना कोई R त्रिज्या का एक विद्युत गोलिय चालक है। जिसकी सतह पर आवेश Q एक समान रूप से वितरित है। तो विद्युत गोलिय चालक के विभव का मान -



$$V = \frac{kQ}{R} \text{ से}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \text{ --- (1)}$$

धारिता की परिभाषा से -

$$C = \frac{Q}{V} \text{ से}$$

$$C = \frac{Q}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \text{ --- (2)}$$

* माध्यम में धारिता -

$$C_m = 4\pi\epsilon R$$

$$\therefore \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \text{ से}$$

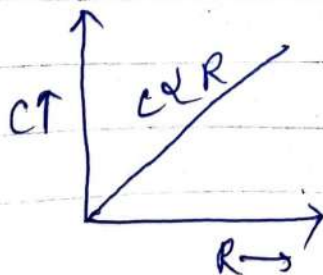
$$C_m = 4\pi\epsilon_0 \epsilon_r R$$

$$C_m = 4\pi\epsilon_0 R \times \epsilon_r$$

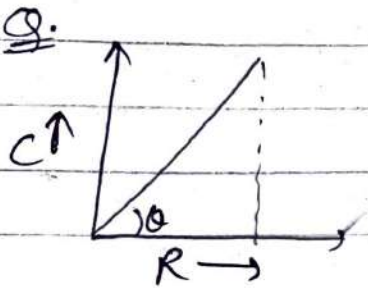
$$C_m = C_0 \times \epsilon_r$$

* विद्युत गोलिय चालक की धारिता की निर्भरता -

विद्युत गोलिय चालक की त्रिज्या पर



Q. माध्यम की प्रकृति पर-



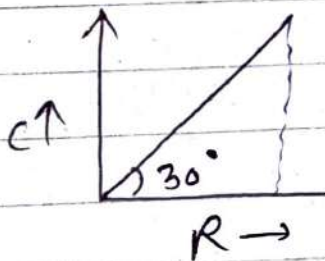
प्रदर्शित ग्राफ विलंबित गोलिय चालक कि धारिता तथा त्रिज्या के मध्य है तो इस ग्राफ का ढाल किसे प्रदर्शित करता है।

$$m = \tan \theta = \frac{C}{R}$$

$$\therefore C = 4\pi \epsilon_0 R$$

$$\tan \theta = \frac{4\pi \epsilon_0 R}{R}$$

$$\tan \theta = 4\pi \epsilon_0 = \frac{1}{K}$$



प्रदर्शित ग्राफ विलंबित गोलिय चालक की माध्यम में रखने पर प्राप्त होता है तो माध्यम का विद्युत शक्ति का मान ज्ञात करो?

$$m = \tan \theta = \frac{C}{R}$$

$$\tan \theta = \frac{4\pi \epsilon R}{R}$$

$$\tan 30^\circ = 4\pi \epsilon$$

$$\epsilon = \frac{\tan 30^\circ}{4\pi}$$

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{4\pi} \frac{e^2}{N \times m^2}$$

$$\epsilon \approx \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Q. यदि किसी विलगित गैलीय चालक की धारिता निर्वात में $5\mu F$ व माध्यम में $20\mu F$ है। तो माध्यम का परावैद्यतांक ज्ञात करो।

$$C_m = C_0 \times \epsilon_r$$

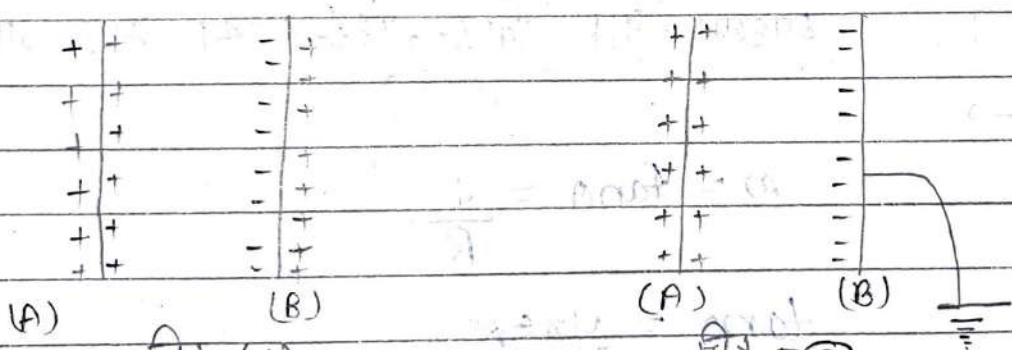
$$\epsilon_r = \frac{C_m}{C_0} = \frac{20\mu F}{5\mu F}$$

$\epsilon_r = 4$

* संधारित्र -

वैद्युत या उपकरण जो चालक के आकार व आकृति में परिवर्तन किए बिना ही चालक की धारिता के मान में वृद्धि कर दे। उसे संधारित्र कहा जाता है।

* संधारित्र का सिद्धान्त -

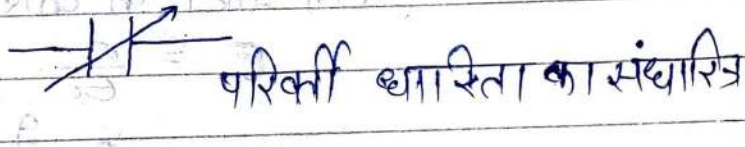
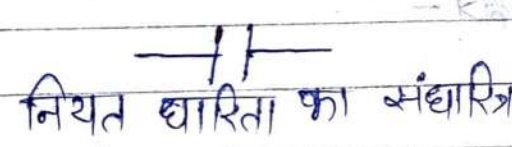


Q. जब किसी धनावेशित चालक पट्टिका को किसी अनवेशित पट्टिका के समीप लाया जाता है। तो उसके कारण आवेशों का घटना घटित होती है। जिसके कारण आवेशों का प्रयत्न होता है। और इस कारण अनवेशित प्लेट की आंतरिक सतह पर आवेश जबकि बाहरी सतह पर धनावेश आ जाता है। जिसके कारण कुल आवेश के मान में वृद्धि होती है। जिससे $V = \frac{Q}{C}$ होने से किमा

का मान बढ़ने लगता है। जिससे $C = \frac{Q}{V}$ होने से धारिता के मान में कमी होने लगती है। जैसा कि चित्र (1) से स्पष्ट है।

2) जब अनावेशित पट्टिका कि बाहरी सतह को धुसम्पर्कित कर दिया जाता है। तो इस पर उपस्थित आवेश भूमि में चला जाता है। जिसके कारण कुल आवेश के मान में कमी हो जाती है। जिससे $V = \frac{Q}{C}$ होने से विभव का मान घटने लगता है। तथा $C = \frac{Q}{V}$ होने से धारिता का मान बढ़ने लगता है। जैसा कि चित्र (2) से स्पष्ट है।

Note:- किसी संधारित्र को निम्न दो प्रकार में प्रदर्शित किया जाता है।



* संधारित्र के प्रकार -

ज्यामिती के आधार पर संधारित्र तीन

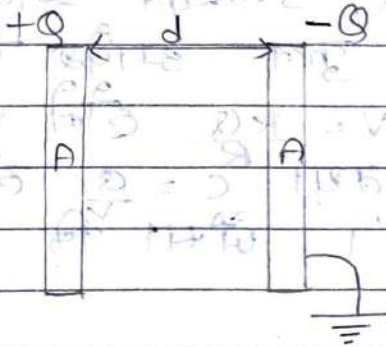
- प्रकार के होते हैं।
1. समान्तर प्लेट संधारित्र
 2. गोलिय संधारित्र
 3. बेलनाकार संधारित्र

1. समान्तर प्लेट संधारित्र -

वह संधारित्र जिसमें दो समान क्षेत्रफल कि चालक प्लेटें एक - दूसरे के समान्तर निश्चित दुरी पर रखी हो तथा इन प्लेटों पर आवेश परिमाण में समान लेकिन उकृति में विपरीत व इनमें से एक चालक प्लेट

सुसम्पर्कित ही तो इस प्रकार बनी व्यवस्था को समान्तर प्लेट संधारित्र कहा नाम पाला है।

* समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता -



माना कोई समान्तर प्लेट संधारित्र जिसकी प्लेटों का क्षेत्रफल A तथा इनके मध्य की दूरी d व इनपर उपस्थित आवेश का मान Q है तो इसकी धारिता -

धारिता की परिभाषा से -

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{--- (1)}$$

अतः चार्ज प्लेटों के कारण वि. क्षेत्र -

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\therefore \sigma = \frac{Q}{A} \text{ सी.}$$

$$E = \frac{Q}{A\epsilon_0} \quad \text{--- (2)}$$

अतः - $V = E \times r$ सी.

$$V = \frac{Q}{A\epsilon_0} \times d$$

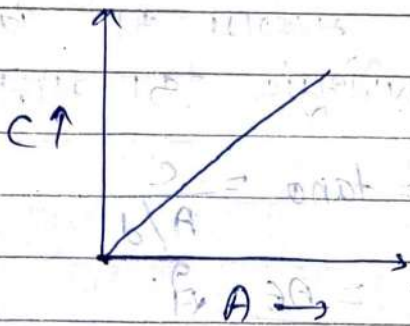
$$V = \frac{Qd}{A\epsilon_0} \quad \text{--- (3)}$$

अतः समी. (1) से -

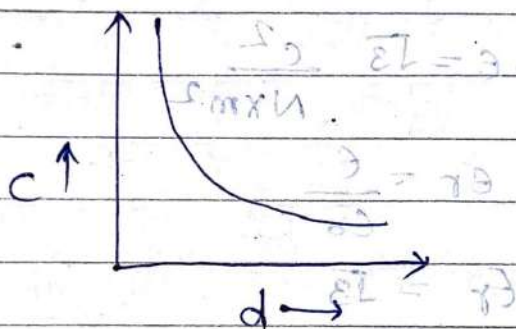
$$C = \frac{Q}{\frac{Qd}{A\epsilon_0}} = \frac{A\epsilon_0}{d}$$

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d} \quad \text{--- (4)}$$

i) समान्तर प्लेट संधारित्र कि धारिता तथा प्लेटों के क्षेत्रफल के मध्य ग्राफ -



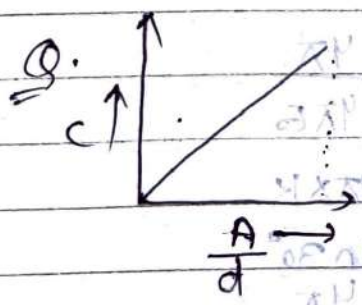
ii) समान्तर प्लेट संधारित्र कि धारिता तथा प्लेटों के मध्य कि दुरी के मध्य ग्राफ -



* समान्तर प्लेट संधारित्र कि धारिता की निम्नलिखित -

- 1. चालक प्लेटों के क्षेत्रफल पर
- 2. चालक प्लेटों के मध्य कि दुरी पर
- 3. माध्यम कि प्रकृति पर

उदाहरित ग्राफ का ढाल किसे उदाहरित करता है।

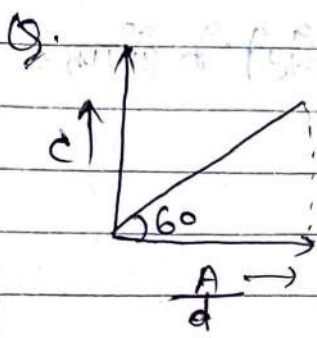


$$m = \tan \theta = \frac{L}{A} = \frac{C}{A/d}$$

$$\therefore C = \frac{A \epsilon_0}{d}$$

$$\tan \theta = \frac{\epsilon_0 E}{A/d}$$

$$\tan \theta = \epsilon_0$$



प्रदर्शित ग्राफ समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता तथा $\frac{A}{d}$ के मध्य खिचा गया है।
तो ग्राफ की $\frac{A}{d}$ सहायता तथा मध्यम के पराबैधतांक का मान ज्ञात करो ?

$$m = \tan \theta = \frac{c}{A/d}$$

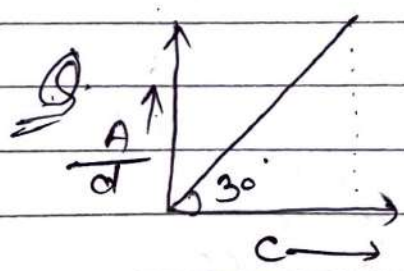
$$\therefore c = \frac{AE}{d} \text{ से}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{AE}{d} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{c}{A/d}$$

$$c = \sqrt{3} \frac{c^2}{N \times m^2}$$

$$\therefore \epsilon_r = \frac{c}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon_r = \sqrt{3} \cdot 8.854 \times 10^{-12}$$



प्रदर्शित ग्राफ समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता तथा $\frac{A}{d}$ के मध्य खिचा गया है।
तो ग्राफ की $\frac{A}{d}$ सहायता से कुलाम नियतांक का मान ज्ञात करो ?

$$m = \tan \theta = \frac{A/d}{c}$$

$$\therefore c = \frac{AE}{d}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{A/d}{\frac{AE}{d}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\epsilon_0} \times \frac{4\pi}{4\pi}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{4\pi}{4\pi \epsilon_0}$$

$$\tan 30^\circ = 4\pi \times k$$

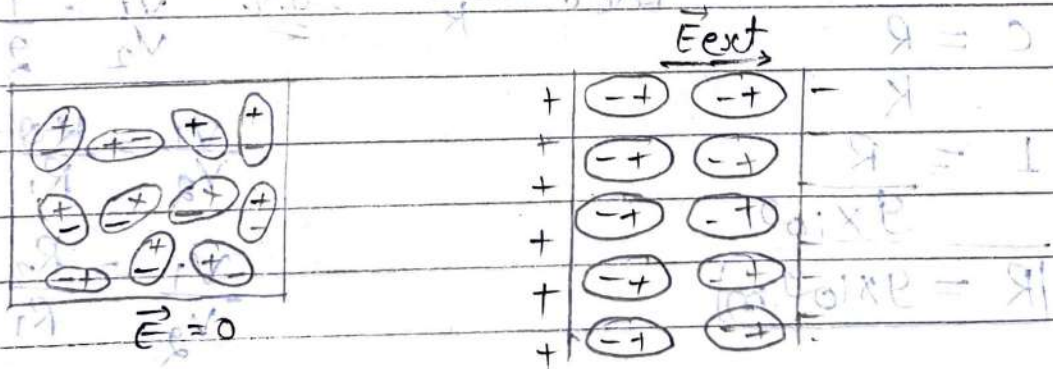
$$k = \frac{\tan 30^\circ}{4\pi}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{3} \times 4\pi} \frac{N \times m^2}{c^2}$$

* समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता पर परावैद्युत पदार्थ की
उपास्थिती का प्रभाव -

→ कान्च आदि को बाह्य वि. क्षेत्र में रखा जाता है तो इनके अणु असंरेखित होने के कारण इनके परिणामी द्विध्रुव आधुर्ण का मान शून्य प्राप्त होता है। जिसके कारण धारिता पर

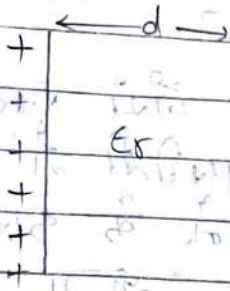
→ लेकिन जब परावैद्युत पदार्थ को बाह्य वि. क्षेत्र की उपास्थिती अथवा समान्तर प्लेट संधारित्र के मध्य रखा जाता है। तो इनके अणु बाह्य वि. क्षेत्र की दिशा में संरेखित होने लगते हैं। जिसके कारण इन अणुओं का धनावेश ऋणावेशित प्लेट की ओर तथा ऋणावेश धनावेशित प्लेट की ओर गमन करने लगता है। जिसके कारण इनके मध्य एक आंतरिक वि. क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जिसकी दिशा बाह्य वि. क्षेत्र के विपरीत दिशा में होती है। जिसके कारण परिणामी वि. क्षेत्र का मान घट जाता है जिससे $V = E \times r$ होने से विभव का मान भी घटने लगता है। जिससे $C = \frac{Q}{V}$ होने से धारिता का मान बढ़ने लगता है।



Case 1: जब ϵ_r का परावैद्युत माध्यम समान्तर प्लेट संधारित्र में पूर्ण रूप से भरा हो तो धारिता -
समान्तर प्लेट संधारित्र की निर्वार में धारिता -

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} = \frac{A \epsilon_0}{d} \quad \text{--- (1)}$$

अतः माध्यम में धारिता का मान-



$$C_m = \frac{Q}{V_m} \quad \text{--- (2)}$$

$\therefore V_m = \frac{V_0}{\epsilon_r}$ स. समी. (2) स.

$$C_m = \frac{Q}{V_0} \times \epsilon_r$$

समी. (1) स.

$$C_m = \frac{A\epsilon_0}{d} \times \epsilon_r \quad \text{--- (3)}$$

or

$$C_m = C_0 \times \epsilon_r$$

4.2 $C = 1F$
 $R = ?$

$$\epsilon_r = \frac{C_m}{C_0} = \frac{6 \text{ pF}}{2 \text{ pF}}$$

Solu. गोलीय चालक की धारिता

$$\boxed{\epsilon_r = 6}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$\therefore 4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{k}$$

4.4. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$

$$C = \frac{R}{k}$$

$$1 = \frac{R}{9 \times 10^9}$$

$$\boxed{R = 9 \times 10^9 \text{ m}}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{kq}{R_1} \times \frac{R_2}{kq}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2}$$

4.3 $C = 2PF$

$$C_m = 12PF$$

$$\epsilon_r = 9$$

गोलीय चालक की धारिता

Solu. $C_m = C_0 \times \epsilon_r$

$$C \times R$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{L}{L}$$

$$\boxed{\frac{C_1}{C_2} = \frac{2}{1}}$$

4.6. $C = \epsilon_0 A \epsilon_r \frac{1}{d}$ — (1)

$d = 0.3$

$C' = \frac{2 \epsilon_0 A \epsilon_r}{d}$

$C' = 4 \epsilon_0 A \epsilon_r \frac{1}{d}$

समी (1) से:

$$\boxed{C' = 4C}$$

4.5 $C = 20 \mu F = 20 \times 10^{-6} F$

$V = 10 kV = 10 \times 10^3 V$

$Q = ?$ से
 $C = \frac{Q}{V}$ से

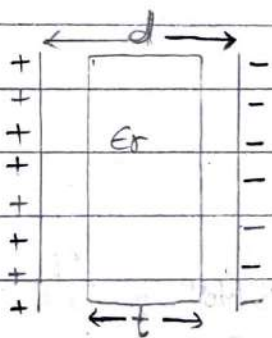
Solv.

$Q = CV$ से

$Q = 20 \times 10^{-6} \times 10^4$

$Q = 20 \times 10^{-2} = \boxed{0.2 C}$

Case II. जब ϵ_r का पराविद्युत माध्यम समान्तर प्लेट संधारित्र में आंशिक रूप से भरा हो तो धारिता—



धारिता कि परिभाषा से: $C = \frac{Q}{V}$ — (1)

$C = \frac{Q}{V}$ — (1)

अतः समान्तर प्लेट संधारित्र का कुल विभवान्तर

$V = V_0 + V_m$

$\therefore V = E \times r$ से

$V = E_0 \times (d-t) + E_m \times t$

(ई नॉड) $\therefore E_m = \frac{E_0}{\epsilon_r}$ से

$V = E_0 \times (d-t) + \frac{E_0}{\epsilon_r} \times t$

$V = E_0 \left[(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r} \right]$ — (2)

$V = E_0 \left[(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r} \right]$ — (2)

चालक प्लेटों के कारण वि. शक्ति -

$$E_0 = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A\epsilon_0}$$

समी. (2) से -

$$V = \frac{Q}{A\epsilon_0} \left[(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r} \right] \quad \text{--- (4)}$$

समी. (1) से -

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$= \frac{Q}{\frac{Q}{A\epsilon_0} \left[(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r} \right]}$$

$$C = \frac{A\epsilon_0}{\left[(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r} \right]} \quad \text{--- (5)}$$

Note जब ϵ_r का माध्यम पूर्णतः भरा हो तो -

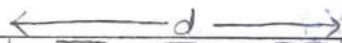
$$\because t = d$$

समी. (5) से -

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d} \times \epsilon_r$$

Case II. जब अलग-अलग परावैद्युतांक वाले माध्यम अलग-अलग मोटाई तक भरे तो धारिता -

धारिता कि परिभाषा से -



$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{--- (1)}$$

अतः समान्तर प्लेट संध्यासि का कुल विभव -

$$V = V_0 + V_m$$

$$\because V = E \times r \text{ से}$$

$$V = E_0 [d - (t_1 + t_2 + \dots + t_n)] + E_m (t_1 + t_2 + \dots + t_n)$$

$$\therefore E_m = \frac{E_0}{\epsilon_r} \text{ से}$$

$$V = E_0 [d - (t_1 + t_2 + \dots + t_n)] + E_0 \left(\frac{t_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r2}} + \dots + \frac{t_n}{\epsilon_{rn}} \right)$$

$$V = E_0 \left[d - (t_1 + t_2 + \dots + t_n) + \left(\frac{t_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r2}} + \dots + \frac{t_n}{\epsilon_{rn}} \right) \right] \quad \text{--- (2)}$$

चालक प्लेटों के कारण वि. क्षेत्र -

$$E_0 = \sigma = \frac{Q}{A \epsilon_0}$$

समी. (2) से -

$$V = \frac{Q}{A \epsilon_0} \left[d - (t_1 + t_2 + \dots + t_n) + \left(\frac{t_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r2}} + \dots + \frac{t_n}{\epsilon_{rn}} \right) \right] \quad \text{--- (3)}$$

समी. (1) से -

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$= \frac{Q}{\frac{Q}{A \epsilon_0} \left[d - (t_1 + t_2 + \dots + t_n) + \left(\frac{t_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r2}} + \dots + \frac{t_n}{\epsilon_{rn}} \right) \right]}$$

$$C = \frac{A \epsilon_0}{\left[d - (t_1 + t_2 + \dots + t_n) + \left(\frac{t_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r2}} + \dots + \frac{t_n}{\epsilon_{rn}} \right) \right]} \quad \text{--- (4)}$$

Note: - यदि ϵ_r का माध्यम युक्ति: सरा हीती -

$$\therefore t_1 + t_2 + \dots + t_n = d$$

$$\therefore \epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \dots = \epsilon_{rn} = \epsilon_r$$

समी. (4) से

$$C = \frac{A \epsilon_0 \times \epsilon_r}{d}$$

(ii) $\therefore t_1 + t_2 + \dots + t_n = d - t$

Notes:-

* E_r तथा E_e के मध्य सम्बन्ध-
जब समानर प्लेट संधारित्र में परावैद्युत माध्यम भरा जाता है। तो इनके कि अणुओं का संरक्षण होने के कारण इनके भीतर एक आंतरिक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जो कि बाह्य वि. क्षेत्र के विपरीत दिशा में कार्य करता है। जिसके कारण परिणामी वि. क्षेत्र का मान घट जाता है।

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}_p \quad \text{--- (1)}$$

परावैद्युतक की परिभाषा से -

$$E_r = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{E}{\epsilon} \quad \text{--- (2)}$$

ध्रुवण सदिश की परिभाषा से -

$$P_{\text{ध्रुवण}} = \frac{P}{V}$$

$$\therefore P = q \times 2a \text{ से}$$

$$P_{\text{ध्रुवण}} = \frac{q \times 2a}{A \times d} = \frac{q}{A} = \sigma_p \quad \text{--- (3)}$$

अतः परिणामी वि. क्षेत्र

समी. (1) से

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}_p$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \text{ समी. (3) से}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{P_{\text{ध्रुवण}}}{\epsilon_0} \quad \text{--- (4)}$$

$$\therefore \chi_e = \frac{P_{\text{ध्रुवण}}}{\epsilon_0 E}$$

$$P_{\text{ध्रुवण}} = \chi_e \epsilon_0 E$$

समी. (9) से-

$$E = E_0 - \frac{\chi_e \epsilon_0 E}{\epsilon_0}$$

$$E = E_0 - \chi_e E$$

$$E + \chi_e E = E_0$$

$$E (1 + \chi_e) = E_0$$

$$1 + \chi_e = \frac{E_0}{E}$$

समी. (8) से

$$\boxed{1 + \chi_e = \epsilon_r}$$

Q. किसी गोलीय चालक कि त्रिज्या 10 cm है तो इसकी धारिता का मान ज्ञात करो तथा इस गोलीय चालक 10000 V पर से आवेशित करने पर कितना आवेश देना होगा।

Ans. $R = 10 \text{ cm} = 10 \times 10^{-2} \text{ m}$

$C = ?$

Soln: गोलीय चालक की धारिता-

$$C = 4\pi \epsilon_0 R$$

$$\therefore 4\pi \epsilon_0 = \frac{1}{k}$$

$$C = \frac{R}{k}$$

$$C = \frac{10 \times 10^{-2}}{9 \times 10^9}$$

$$C =$$

अदि $V = 10000 \text{ V}$

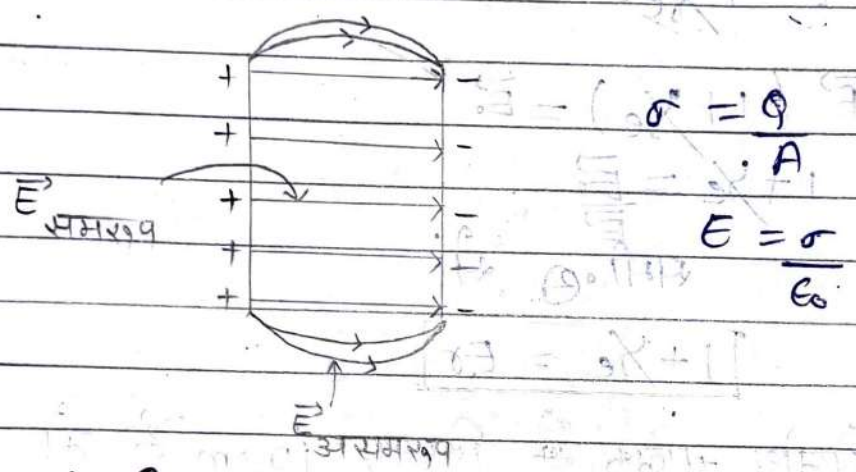
$$Q = CV \text{ से}$$

$$Q = \frac{10 \times 10^{-2}}{9 \times 10^9} \times 10000$$

$$Q = \frac{10^{-2} \times 10^4}{9} = \frac{10^{-2} \times 10^4}{9} \text{ C}$$

Notes - अपान्त प्रभाव -

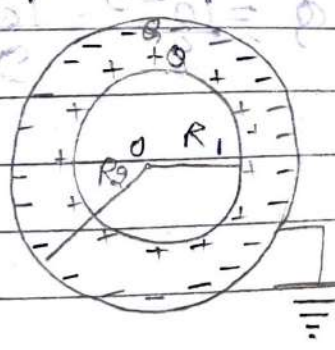
किसी समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के किनारी पर अथवा किसी चालक के किनारी पर पृष्ठीय आवेश घनत्व का मान अधिक होता है जिसके कारण वि. क्षेत्र का मान भी अधिक हो जाता है। जिससे किनारी पर वि. क्षेत्र रेखाएँ कहीं हो जाती हैं। जिसके कारण इन स्थानों पर वि. क्षेत्र का मान असमान हो जाता है। इस प्रभाव को ही अपान्त प्रभाव कहा जाता है।



29. गोलीय संधारित्र -

यह संधारित्र जिसमें दो सकेन्द्रीय चालक गोले बिनपर आवेश का मान परिमाण में समान लेकिन प्रकृति में विपरीत हो तथा इनमें से एक चालक गोला भूसम्पर्कित हो तो इस प्रकार बनी व्यवस्था को गोलीय संधारित्र कहा जाता है।

गोलीय संधारित्र की धारिता -



माना कोई दो सकेन्द्रीय चालक गोले जिनकी प्रिज्याएँ क्रमशः R_1 व R_2 हैं। व इनपर आवेश Q परिमाण में समान व प्रकृति में विपरीत हैं। तो धारिता के परिभाषा से -

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{--- (1)}$$

गोलीय संध्यास्रि पर विभव -

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R_1} \quad \text{--- (2)}$$

इसी प्रकार R_2 त्रिज्या के गोले पर विभव -

$$V_2 = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R_2} \quad \text{--- (3)}$$

अतः कुल विभव -

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R_2}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right] \quad \text{--- (4)}$$

समी. (1) से -

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right]$$

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad \text{--- (5)}$$

यदि माध्यम अपास्थित हो तो -

$$C_m = \frac{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

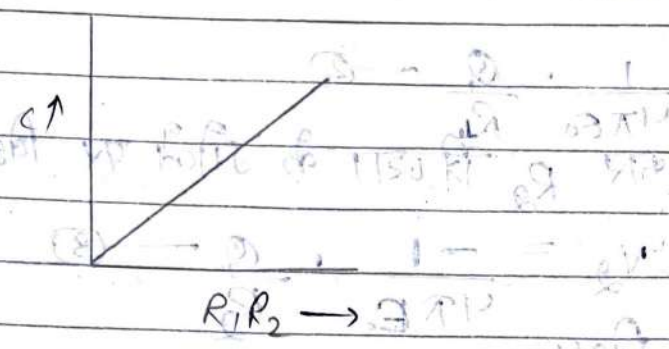
or

$$\therefore \epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$$

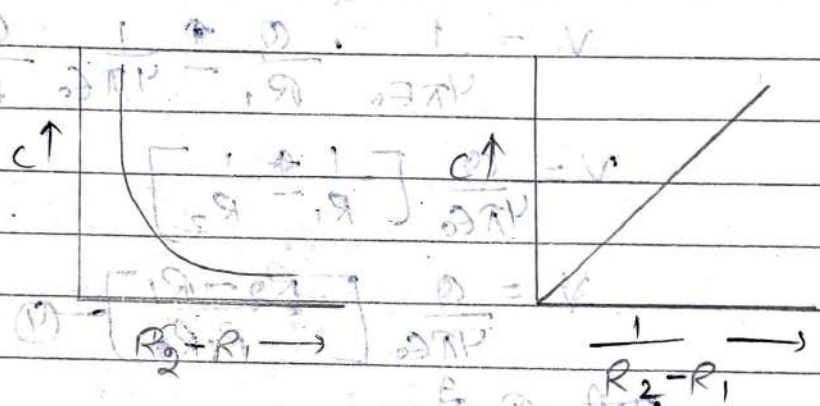
$$C_m = \frac{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

* गौलीय संधारित्र कि धारिता कि निर्भरता -

1. दोनी चालक गौली की त्रिज्याओं के गुणनफल पर -



2. दोनी चालक गौली के त्रिज्याओं के अन्तर पर -



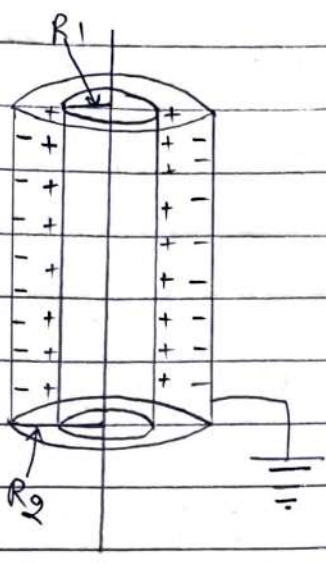
3. माध्यम कि प्रकृति पर

Extra 3. बैलनाकार संधारित्र -

वह संधारित्र जिसमें दो समाक्षीय चालक बैलनों हैं हो तथा इन बैलनों पर आवेश का मान परिमाण में समान लेकिन प्रकृति में विपरीत हो व इनमें से एक चालक बैलन भुसम्पर्कित हो तो इस प्रकार बनी व्यवस्था को ही बैलनाकार संधारित्र कहा जाता है।

बैलनाकार संधारित्र की धारिता -

माना कोई बैलनाकार संधारित्र जिसकी बैलनों की त्रिज्या R₁ व R₂ है। तथा बैलन की लम्बाई (l)



इसकी प्रिज्याओं कि तुलना में बहुत अधिक है अर्थात् $R_2 \gg R_1$ तो इस स्थिति में बेलनाकार संधारित्र को एक सीधे चालक तार की तरह माना जा सकता है। तो -

धारिता की परिभाषा से -

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{--- (1)}$$

सीधे चालक मान के लिए वि. क्षेत्र -

$$E = \frac{2k\lambda}{r}$$

$$E = \frac{2k\lambda}{r} = \frac{2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda}{r}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad \text{--- (2)}$$

वि. क्षेत्र व विद्युत विभव में संबंध से -

$$V = - \int E \cdot dr$$

$$V = - \int_{R_2}^{R_1} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot r \cdot dr$$

$$V = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{R_2}^{R_1} \frac{1}{r} \cdot dr$$

$$\therefore \int \frac{1}{x} dx = \log_e x$$

$$V = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} [\log_e r]_{R_2}^{R_1}$$

$$V = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0} [\log_e R_1 - \log_e R_2]$$

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} [\log_e R_2 - \log_e R_1]$$

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log_e \frac{R_2}{R_1}$$

$$V = \frac{2.303\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log_{10} \frac{R_2}{R_1}$$

$$\therefore \lambda = \frac{V}{2}$$

$$V = \frac{2.303V}{2\pi\epsilon_0} \log_{10} \frac{R_2}{R_1} \quad \text{--- (1)}$$

अभी (1) से

$$C = \frac{2.303 \log_{10} \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\epsilon_0}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{2.303 \log_{10} \frac{R_2}{R_1}}$$

Note:- यदि गोलयि संधारि में दोनो सकेन्द्रीय गोलो कि त्रिज्या समान हो लो धारिता का मान-

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

यदि $R_1 = R_2$ हो लो

$$C = \infty$$

Q2. किसी चालक में $1 \times 10^{12} e^-$ किसी संधारि में स्थानान्तरित हो लो है यदि इनके मध्य विभवान्तर 10 V हो लो तो

Eg. 7, 8, 9, 10, 11
 आंकिक : 1, 2, 3

इस संधारित्र कि धारिता ज्ञात करो ?

Q2. एक समांतर प्लेट संधारित्र जिसकी प्लेटों का क्षेत्रफल 20 cm^2 है तथा प्लेटों के बीच की दूरी 2 mm है, तो यदि इसे 12 volt की बैटरी से जोड़ दिया जाए तो -

- संधारित्र पर आवेश
- i) यदि प्लेटों के मध्य कि दूरी 1 mm कर दी जाए तो
 - ii) बैटरी के द्वारा धनावेशित प्लेट को कितना अतिरिक्त आवेश प्रदान किया जायेगा।

Q1. $n = 1 \times 10^{12}$

$V = 10 \text{ volt}$

$C = ?$

$\therefore C = \frac{Q}{V}$ से

Soln. $Q = ne$ से

$Q = 1 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19}$

$Q = 1.6 \times 10^{-7} \text{ C}$

$C = \frac{Q}{V}$ से

$C = \frac{1.6 \times 10^{-7}}{10}$

$C = 1.6 \times 10^{-8} \text{ F}$

$Q = CV$ से

$Q = C(V_1 - V_2)$

ii) यदि प्लेटों के मध्य कि दूरी

$d = 1 \text{ mm}$ करने पर

तो धारिता -

$C = \frac{A \epsilon_0}{d}$

$C = \frac{20 \times 8.854 \times 10^{-12}}{2 \times 10^{-3}}$

$C = 8.854 \times 10^{-8} \text{ F}$

Q3.

$A = 20 \text{ cm}^2 = 20 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$d = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

$V = 12 \text{ volt}$

i) आवेश समांतर प्लेट संधारित्र का धारिता

$C = \frac{A \epsilon_0}{d}$

$C = \frac{20 \times 10^{-4} \times 8.854 \times 10^{-12}}{2 \times 10^{-3}}$

$C = 8.854 \times 10^{-8} \text{ F}$

अतः आवेश का मान

$$Q' = C'V$$

$$Q' =$$

अतः अतिरिक्त आवेश -

$$Q = Q' - Q =$$

ii) समी. ① से

$$C = \frac{360 \times 10^{-6}}{180}$$

$$C = 2 \mu F$$

iii) $C = \frac{Q}{V}$ से

$$C = \frac{Q}{V + 120}$$

Ex. 4.7. धारिता = C, विभवान्तर = V

$$Q = \pm 360 \times 10^{-6} C$$

$$V' = (V - 120) \text{ Volt}$$

$$Q' = \pm 120 \times 10^{-6} C$$

$$2 \times 10^{-6} = \frac{Q}{180 + 120}$$

$$Q = 2 \times 10^{-6} \times 300$$

$$Q = 600 \mu C$$

Sol. v. i) आरोपित विभवान्तर -

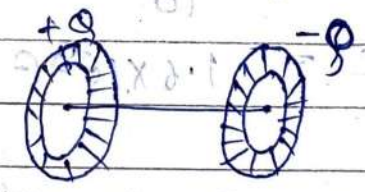
$$C = \frac{Q}{V}$$

Ex. 4.8. $d = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$

$$R = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$C = ?$$

पहले $C = \frac{360 \times 10^{-6}}{V}$ — ①



बाद में $C = \frac{120 \times 10^{-6}}{(V - 120)}$ — ②

समी. ① व ② से -

$$\frac{360 \times 10^{-6}}{V} = \frac{120 \times 10^{-6}}{(V - 120)}$$

$$\frac{3}{V} = \frac{1}{V - 120}$$

$$3V - 360 = V$$

$$3V - V = 360$$

$$2V = 360$$

$$V = 180 \text{ Volt}$$

$$\therefore C = \frac{AQ}{d} = \frac{\pi R^2 \epsilon_0}{d}$$

$$C = 3.14 \times (5 \times 10^{-2})^2 \times 8.854 \times 10^{-12}$$

$$C = 3.14 \times 25 \times 10^{-4} \times 8.854 \times 10^{-12}$$

$$C = 3.14 \times 25 \times 8.854 \times 10^{-13}$$

$$C = 695.039 \times 10^{-13}$$

$$C = 69.5 \times 10^{-12}$$

$$C = 69.5 \text{ pF}$$

Ex. 4.9. $A = 100 \text{ cm}^2 = 100 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$

$$C_m = \frac{2 \times 10^{-2} \times 8.854 \times 10^{-12}}{(0.01 - 0.006) + \frac{6 \times 10^{-3}}{3}}$$

$$d = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$C_m = \frac{2 \times 10^{-2} \times 8.854 \times 10^{-12}}{0.004 + 2 \times 10^{-3}} = \frac{1.7708 \times 10^{-13}}{6 \times 10^{-3}} = 2.9513 \times 10^{-11} \text{ F}$$

$$V = 120 \text{ Volt}, q = 0.12 \mu\text{C}$$

$$q = 0.12 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$C_m = \frac{q}{V} = \frac{0.12 \times 10^{-6}}{120} = 1 \times 10^{-9} \text{ F}$$

$$\epsilon_r = ?$$

Solu. समांतर प्लेट संधारित्र की माध्यम में धारिता -

$$C = \frac{AE}{d} = \frac{A \epsilon_0 \epsilon_r}{d}$$

$$\therefore C = \frac{Q}{V}$$

$$\frac{Q}{V} = \frac{A \epsilon_0 \epsilon_r}{d}$$

$$\epsilon_r = \frac{Qd}{V \times A \epsilon_0}$$

$$\epsilon_r = \frac{0.12 \times 10^{-6} \times 10^{-3}}{120 \times 10^{-2} \times 8.854 \times 10^{-12}}$$

$$= \frac{1.2 \times 10^{-9}}{1.06248 \times 10^{-11}} = 11.294$$

$$\epsilon_r = \frac{100}{8.854} = 11.294$$

4.10. $A = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2$

$$d = 0.01 \text{ m}$$

$$t = 6 \text{ mm} = 0.006 \text{ m}$$

$$\epsilon_r = 3$$

$$C = ?$$

धारिता - आंशिक भरा होने पर

$$C_m = \frac{A \epsilon_0}{(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r}}$$

4.11 पहले $C = \frac{A \epsilon_0}{d}$

आंशिक दाब से भरा होने पर धारिता

$$C' = \frac{A \epsilon_0}{(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r}}$$

$$\therefore t = \frac{3d}{4}$$

$$C' = \frac{A \epsilon_0}{(d - \frac{3d}{4}) + \frac{\frac{3d}{4}}{\epsilon_r}}$$

$$C' = \frac{A \epsilon_0}{\frac{d}{4} + \frac{3d}{4 \epsilon_r}}$$

$$C' = \frac{A \epsilon_0}{\frac{d}{4} (1 + \frac{3}{\epsilon_r})}$$

$$C' = \frac{4}{(1 + \frac{3}{\epsilon_r})} \times \frac{A \epsilon_0}{d}$$

प्रश्न. 1) दी

$$C' = \frac{4 \cdot C}{(1 + \frac{3}{\epsilon_r})} = \frac{4 \cdot C}{\frac{\epsilon_r + 3}{\epsilon_r}}$$

$$C' = \frac{4 \epsilon_r \cdot C}{\epsilon_r + 3}$$

Fig. 1: $C = \frac{1}{R}$
 $R = ?$

Solu. $\because C = \frac{1}{R} = \frac{1}{4\pi R \epsilon_0}$
 $R = \frac{1}{C} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$

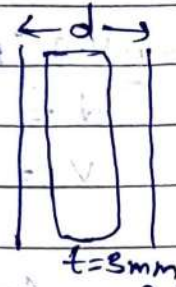
$$R = \frac{1 \times 10^{-12}}{9 \times 10^9}$$

$$R = 9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Ans. $t = 3 \text{ mm}$

$$d - t = 2.4 \text{ mm}$$

$$\epsilon_r = ?$$



Solu. आवेश व विभवान्तर समान होने पर धारिता भी समान होगी अतः

$$C = C'$$

$$\frac{A \epsilon_0}{t} = \frac{A \epsilon_0}{(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r}}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r}}$$

$$(d-t) + \frac{t}{\epsilon_r} = t$$

$$\epsilon_r (d-t) = t - \frac{t}{\epsilon_r}$$

$$(d-t) = t \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

Fig. 2: $A = 100 \text{ cm}^2 = 100 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$$E = \frac{100 \text{ N}}{C}$$

$$Q = ?$$

Solu. - प्लेटों के लिए विद्युत

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A \epsilon_0}$$

$$Q = E \times A \epsilon_0$$

$$= 100 \times 100 \times 10^{-4} \times 8.854 \times 10^{-12}$$

$$= 10^4 \times 10^{-16} \times 8.854$$

$$Q = 8.854 \times 10^{-12}$$

प्रत्येक प्लेट पर

$$\begin{aligned} &+ 8.854 \times 10^{-12} \\ &- 8.854 \times 10^{-12} \end{aligned}$$

$$2.4 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

$$1 - \frac{1}{\epsilon_r} = \frac{24}{30}$$

$$\frac{1}{\epsilon_r} = 1 - \frac{24}{30} = \frac{30 - 24}{30}$$

$$\frac{1}{\epsilon_r} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$\epsilon_r = 5$$

* Note:-

1. परावैद्युत भ्रंजन -

जब किसी परावैद्युत पदार्थ पर उच्च वि. क्षेत्र आरोपित किया जाता है तो इसके बाह्यतम कोश में उपस्थित e^- प्रयुक्त होने लगते हैं जिसके कारण परावैद्युत पदार्थ चालक पदार्थों के भाँति व्यवहार करने लगता है। इस घटना को ही परावैद्युत भ्रंजन कहा जाता है।

2. परावैद्युत सामर्थ्य -

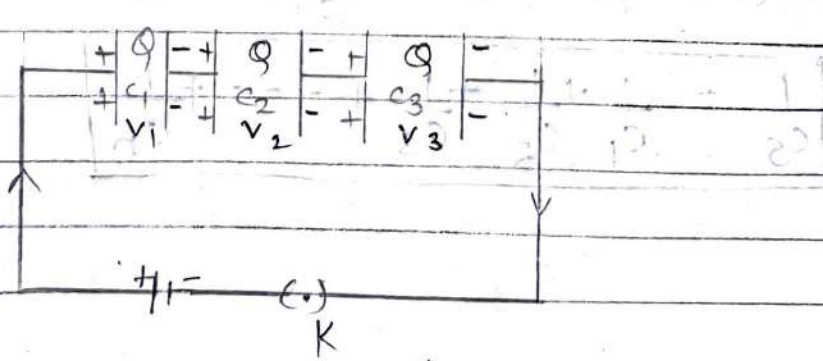
वि. क्षेत्र अथवा विभव छेवणता का वह अधिकतम मान जहाँ तक परावैद्युत भ्रंजन न हो उसे परावैद्युत सामर्थ्य कहा जाता है। वायु के लिए परावैद्युत सामर्थ्य का मान $3 \times 10^6 \text{ v/m}$ होता है।

* संधारित्रों का संयोजन -

दो या दो से अधिक संधारित्रों को आपस में जोड़ना ही संधारित्रों का संयोजन कहलाता है तथा यह निम्न दो प्रकार से किया जाता है:-

1. श्रेणी क्रम संयोजन -

वह संयोजन जिसमें प्रत्येक संधारित्र में आवेश का मान समान रहता है उसे श्रेणी क्रम संयोजन कहा जाता है।



धारिता के परिभाषा से -

$$C = \frac{Q}{V} \text{ से}$$

$$V = \frac{Q}{C} \text{ --- (1)}$$

पहले संधारित्र के C सिरी पर विभवान्तर -

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} \text{ --- (2)}$$

इसी प्रकार दूसरे व तीसरे 'सीरी' पर संधारित्र के सिरी पर विभवान्तर -

$$V_2 = \frac{Q}{C_2} \text{ --- (3)}$$

$$V_3 = \frac{Q}{C_3} \text{ --- (4)}$$

अतः निकाय का कुल विभवान्तर -

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

समी. (1), (2), (3) व (4) से

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$\frac{Q}{C} = Q \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right]$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \text{ --- (5)}$$

यदि n - संधारित्र श्रेणी क्रम में जुड़े हों तो -

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Q. किस स्थिति में गोलीय संधारित्र गोलीय चालक के भाँती व्यवहार करता है।

Ans भाँती $R_1 = 0$ हो तो गोलीय संधारित्र गोलीय चालक की व्यवहार करेगा।

Note:- i) श्रेणी क्रम संयोजन में तुल्य धारिता का मान सबसे कम धारिता वाले संधारित्र से भी कम होता है।

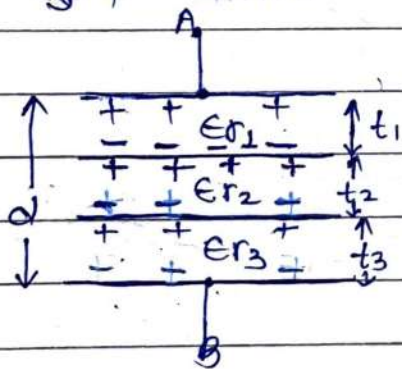
ii) यदि n संधारित्र श्रेणी क्रम में जुड़े हों तथा प्रत्येक संधारित्र की धारिता समान हो तो तुल्य धारिता

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \dots + n \text{ पदों तक}$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{n}{C}$$

$$C_s = \frac{C}{n}$$

iii) यदि समान्तर प्लेट संधारित्र निम्न प्रकार जुड़े हों तो तुल्य धारिता -



$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\because C = \frac{A\epsilon_0}{d} \times \epsilon_r \text{ से}$$

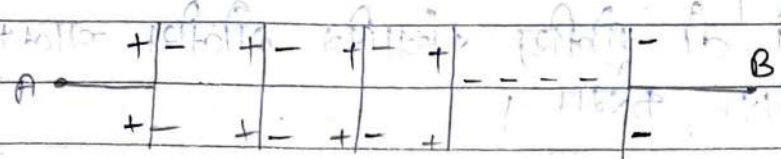
$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{\frac{A\epsilon_0}{t_1} \times \epsilon_{r1}} + \frac{1}{\frac{A\epsilon_0}{t_2} \times \epsilon_{r2}} + \frac{1}{\frac{A\epsilon_0}{t_3} \times \epsilon_{r3}}$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{t_1}{A\epsilon_0 \epsilon_{r1}} + \frac{t_2}{A\epsilon_0 \epsilon_{r2}} + \frac{t_3}{A\epsilon_0 \epsilon_{r3}}$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{A\epsilon_0} \left[\frac{t_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r2}} + \frac{t_3}{\epsilon_{r3}} \right]$$

$$C_s = \frac{A\epsilon_0}{\left(\frac{t_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{t_2}{\epsilon_{r2}} + \frac{t_3}{\epsilon_{r3}} \right)}$$

iv) यदि n चालक लंबे निम्न प्रकार जुड़ी हों -

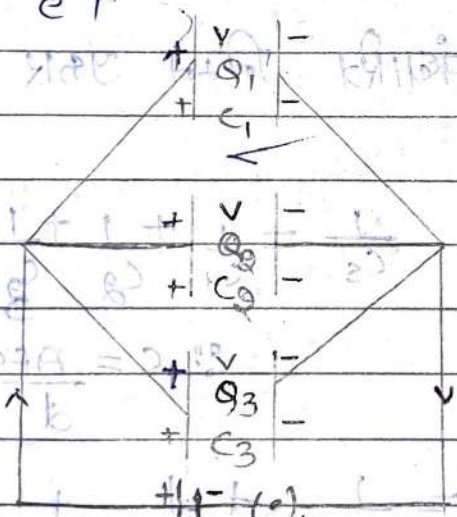


इस श्रृंखला में $n-1$ संधारित्रों का निर्माण होता है। जिसके कारण इसकी तुल्य धारिता का मान -

$$C_{eq} = \frac{A\epsilon_0}{(n-1)d}$$

v. समान्तर क्रम संयोजन -

संधारित्रों का वह संयोजन जिसमें प्रत्येक संधारित्रों के सिरे पर उत्पन्न विभवान्तर का मान समान होता है उसे समान्तर क्रम संयोजन कहा जाता है।



धारिता कि परिभाषा से -

$$C = \frac{Q}{V}$$

अतः पहले संधारित्र पर आवेश -

$$Q_1 = C_1 V \quad \text{--- ①}$$

दूसरी प्रकार दूसरे व तीसरे संधारित्र पर आवेश -

$$Q_2 = C_2 V \quad \text{--- (3)}$$

$$Q_3 = C_3 V \quad \text{--- (4)}$$

अतः निकाय का सम्पूर्ण आवेश -

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

समी. (1), (2), (3) व (4) से

$$CV = C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

$$CV = V (C_1 + C_2 + C_3)$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3}$$

यदि n - संधारित्र समान्तर क्रम में जुड़े होती -

$$\boxed{C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n}$$

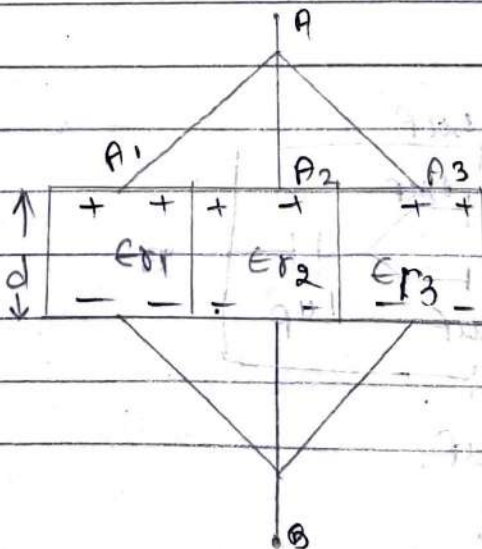
Note:- i) इस संयोजन में तुल्यधारिता का मान सबसे अधिक धारिता वाले संधारित्र से भी अधिक प्राप्त होता है।

ii) यदि n समान धारिता वाले संधारित्रों को समान्तर क्रम जोड़ा जाए तो तुल्य धारिता का मान -

$$C_p = C + C + \dots + n \text{ तक}$$

$$\boxed{C_p = nC}$$

iii) यदि समान्तर प्लेट संधारित्र निम्न प्रकार जुड़े हों -



$$C_p = C_1 + C_2 + C_3$$

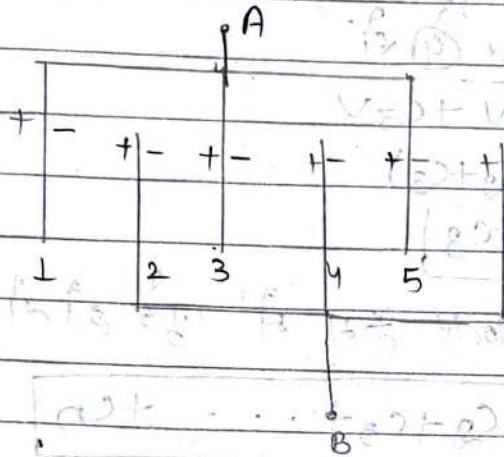
$$\therefore C = \frac{A \epsilon_0 \times E \times \text{सी}}{d}$$

$$C_p = \frac{A_1 \epsilon_0 \times E \times \text{सी}}{d} + \frac{A_2 \epsilon_0 \times E \times \text{सी}}{d} +$$

$$\frac{A_3 \epsilon_0 \times E \times \text{सी}}{d}$$

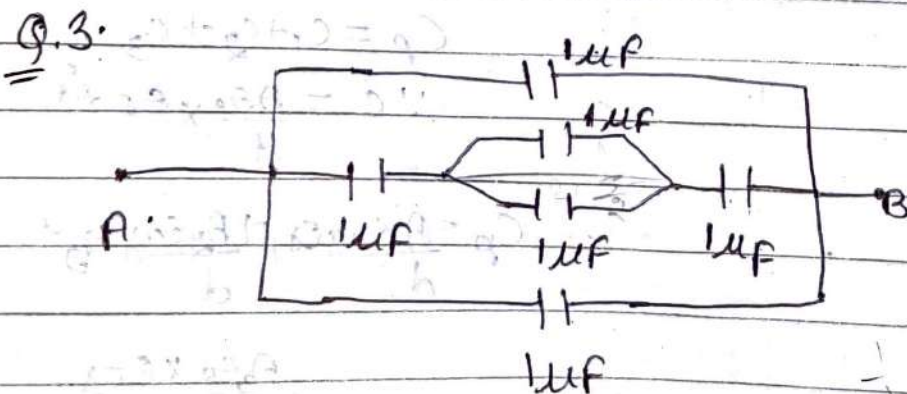
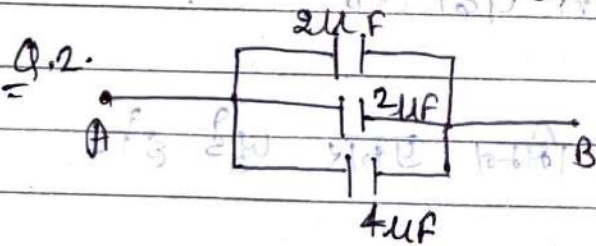
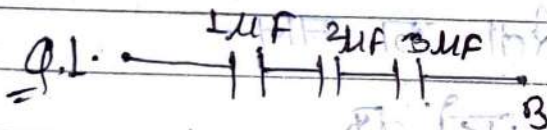
$$C_p = \frac{\epsilon_0}{d} [A_1 \epsilon_{r1} + A_2 \epsilon_{r2} + A_3 \epsilon_{r3}]$$

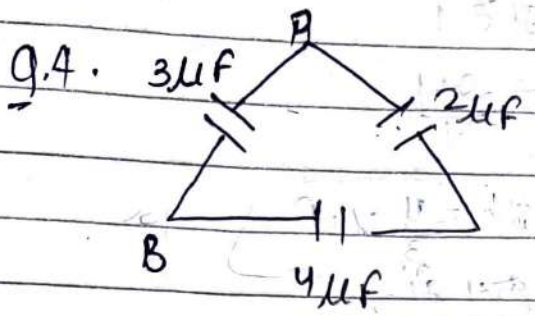
i) यदि n चालक प्लेट निम्न प्रकार जुड़े हो तो तुल्य धारिता का मान -



इस स्थिति में $(n-1)$ संधारित्रों का निम्न होता है -

$$C_{eq} = (n-1)C = (n-1) \frac{A\epsilon_0}{d}$$





सभी प्रश्नों में A व B के मध्य तुल्य धारिता ज्ञात करी?

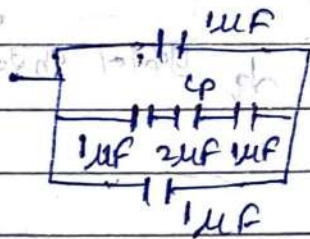
$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6+3+2}{6} = \frac{11}{6}$$

$$C_s = \frac{6}{11} \mu F$$

2. $C_p = C_1 + C_2 + C_3 = 2 + 2 + 4 = 8 \mu F$

3. C_3 व C_4 समान्तर क्रम

$$C_p = 1 + 1 = 2 \mu F$$

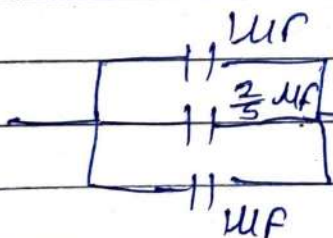


C_1 , C_p व C_s श्रेणी क्रम में -

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{2+1+2}{2} = \frac{5}{2}$$

$$C_s = \frac{2}{5} \mu F$$

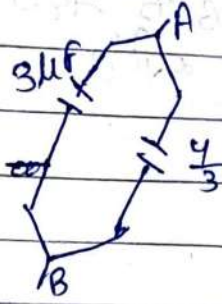


C_2 व C_s व C_6 समान्तर क्रम में

$$C_{p'} = 1 + \frac{2}{5} + 1 = \frac{5+2+5}{5}$$

$$C_{p'} = \frac{12}{5} \mu F$$

4.



दू व C_3 श्रेणी क्रम में हैं।

$$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{C_3} = \frac{3}{4} \Rightarrow C_3 = \frac{4}{3} \mu F$$

C_1 व C_3 समान्तर क्रम में

$$C_p = 3 + \frac{4}{3} = \frac{9+4}{3} = \frac{13}{3} \mu F$$

* संधारित्र की वि. स्थैतिक ऊर्जा -
 किसी संधारित्र को निश्चित विभवान्तर तक आवेशित करने के लिए अतिरिक्त आवेश प्रदान किया जाता है। इस अतिरिक्त आवेश को प्रदान करने में किया गया कार्य ही संधारित्र की वि. स्थैतिक ऊर्जा कहलाती है।
 माना किसी संधारित्र पर उपस्थित आवेश q तथा क्षारिता C है तो इसके सिरो पर उत्पन्न विभवान्तर का मान -

$$V = \frac{q}{C} \quad \text{--- (1)}$$

इसी संधारित्र को अतिरिक्त आवेश dq प्रदान करने में किया गया कार्य -

$$dW = q \cdot v \text{ से}$$

$$dW = V \cdot dq$$

अतः कुल किया गया कार्य -

$$\int dW = \int_0^q V \cdot dq$$

समीकरण

$$\int dW = \int_0^q \frac{q}{C} \cdot dq$$

$$W = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right]_0^q$$

$$W = U = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right]$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} \quad \text{--- (2)}$$

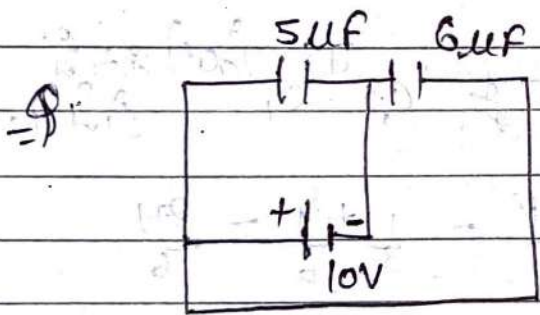
$\therefore Q = CV$ से
 $U = \frac{1}{2} \cdot \frac{C^2 V^2}{C}$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad \text{--- (3)}$$

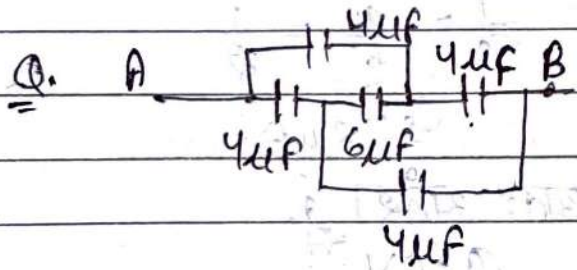
$\therefore C = \frac{Q}{V}$ से
 समीकरण (2) से -

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{Q/V} \times V$$

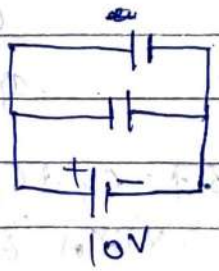
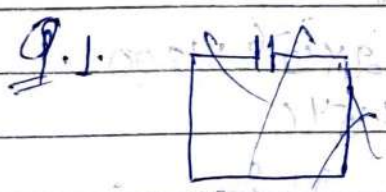
$$U = \frac{1}{2} QV \quad \text{--- (4)}$$



बैटरी के द्वारा प्रवाहित आवेश व प्रत्येक संघारित्र पर आवेश की गणना करनी



A व B के मध्य तुल्य धारिता ज्ञात करी ?



Soln: 6μF व 5μF समान्तर हैम में लाने पर -

$$C_p = 6 + 5 = 11 \mu F$$

$$\therefore Q = CV \text{ से}$$

अतः कुल आवेश -

$$Q = 11 \times 10^{-6} \times 10$$

$$Q = 11 \times 10^{-5} C$$

6 μF के संधारित्रों पर आवेश

$$q_1 = C_1 V$$

$$q_1 = 6 \times 10^{-6} \times 10$$

$$q_1 = 6 \times 10^{-5} C$$

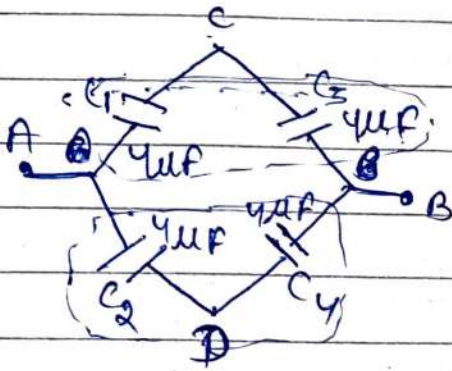
5 μF के संधारित्र पर आवेश

$$q_2 = C_2 V$$

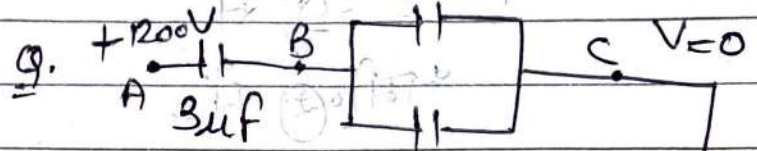
$$q_2 = 5 \times 10^{-6} \times 10$$

$$q_2 = 5 \times 10^{-5} C$$

Q.2.



बिंदु B पर विभव ?



तीनों पर आवेश ज्ञात करी -

Soln. q_2 व C_3 साझांतर क्रम में -

$$C_p = 2 + 4 = 6 \mu F$$

द्वितीय स्टेन सेत

C_1 व C_5 श्रेणी क्रम में

$$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$C_5 = 2 \mu F$$

q_2 व C_4 श्रेणी क्रम में -

$$\frac{1}{C_5'} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$C_5 = 4$$

q_1 व C_1 श्रेणी क्रम में

$$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{C_5} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$C_5 = 2 \mu F$$

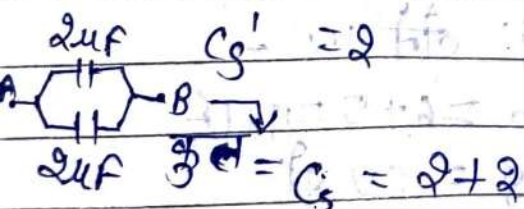
अतः आवेश q_1

$$Q = CV$$

$$Q = 2 \times 10^{-6} \times 1200$$

$$Q = 24 \times 10^{-4} C$$

अतः C_1 व C_4 श्रेणी क्रम में हमेशा आवेश समान होगा। अतः



* $q_1 = 24 \times 10^{-4} C$
 $q_p = 24 \times 10^{-4} C$

चित्र से:

$$V_A - V_B = \frac{q_1}{C_1}$$

$$1200 - V_B = \frac{24 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-6}}$$

$$1200 - V_B = 800$$

$$V_B = 1200 - 800$$

$$V_B = 400 \text{ वोल्ट}$$

अतः $V_B - V_C = 400 - 0$

$$V_B - V_C = 400 \text{ वोल्ट}$$

अतः C_2 व C_3 समान्तर रूप में अतः विभांश
समान होगा। अतः

$$q_2 = C_2 V$$

$$q_2 = 4 \times 10^{-6} \times 400$$

$$q_2 = 16 \times 10^{-4} C$$

इसी प्रकार -

$$q_3 = C_3 V$$

$$q_3 = 2 \times 10^{-6} \times 400$$

$$q_3 = 8 \times 10^{-4} C$$

* संधारित्र का ऊर्जा घनत्व अथवा समान्तर प्लेट संधारित्र के
एकांक आयतन में संचित ऊर्जा -
माना कोई समान्तर प्लेट संधारित्र जिसके प्लेटों पर
उपास्थित आवेश Q तथा क्षेत्रफल A है व इन प्लेटों के मध्य
दूरी d है तो समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता -

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d} \text{ --- (1)}$$

अतः चालक प्लेटों के लिए वि. क्षेत्र

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$Q = E \times A\epsilon_0 \text{ --- (2)}$$

अतः समान्तर प्लेट संधारित्र की संचित ऊर्जा -

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} \text{ --- (3)}$$

समी. (1) व (2) से मान रखने पर

$$U = \frac{1}{2} E^2 A \epsilon_0 d$$

$$U = \frac{1}{2} E^2 \epsilon_0 (A d)$$

$$\therefore A \times d = V \text{ (आयतन)}$$

$$U = \frac{1}{2} E^2 \epsilon_0 V \quad \text{--- (1)}$$

अतः ऊर्जा घनत्व का मान है -

$$U_V = \frac{U}{V}$$

समी. (1) से

$$U_V = \frac{1}{2} E^2 \epsilon_0$$

$$\boxed{U_V = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2}$$

ऊर्जा घनत्व -

Note:-

वि. क्षेत्र की उपस्थिति में एकांक आयतन में उपस्थित वि. स्थितिज ऊर्जा को ही ऊर्जा घनत्व कहा जाता है।

* चालकों का संयोजन -

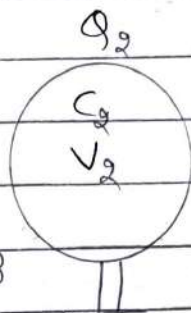
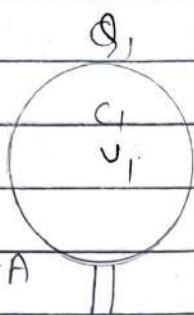
दो या दो से अधिक चालकों को आपस में जोड़ना ही चालकों का संयोजन कहलाता है।

* चालकों के संयोजन में आवेशों का पुनर्वितरण -

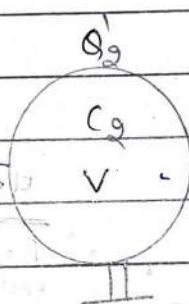
चालकों को किसी सुचालक तार के द्वारा आपस में जोड़ा जाता है तो इन चालकों में सर्वत्र उच्च विभव से निम्न विभव की ओर आवेशों का

स्थानान्तरण (पुनर्वितरण) होने लगता है तथा यह तब तक होता है जब तक कि दोनों चालकों में विभव का मान समान न हो जाए।

$$V_1 > V_2$$



संयोजन से पूर्व



संयोजन के बाद

संयोजन से पूर्व कुल आवेश

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$\because Q = CV \text{ से}$$

$$Q = C_1 V_1 + C_2 V_2 \quad \text{--- (1)}$$

संयोजन के बाद कुल आवेश

$$Q' = Q_1' + Q_2'$$

$$Q' = C_1 V + C_2 V \quad \text{--- (2)}$$

आवेश संरक्षण के नियम से -

$$Q = Q'$$

$$C_1 V_1 + C_2 V_2 = C_1 V + C_2 V$$

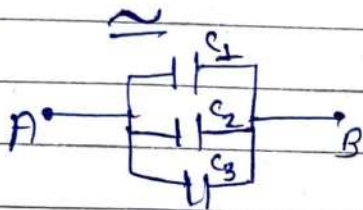
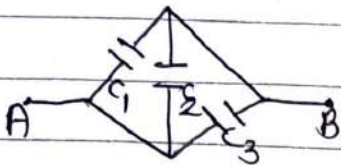
$$C_1 V_1 + C_2 V_2 = V (C_1 + C_2)$$

Ex. 12, 13, 14, 15
A.Q. 4. to 10.

$$V = \left(\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \right) \text{--- (3)}$$

→ एक उभयनिष्ठ विभव

19.



4.12. $R_2 = 2\text{m}$, $R_1 = 1\text{m}$
 $\epsilon_r = 8$, $C_m = ?$

मौलिक संघारित्र कि धारिता-

Solu.

$$C_m = \frac{4\pi\epsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

$$C_m = \frac{4\pi \times 8 \times 1 \times 2}{2 - 1}$$

$$C_m = \frac{\epsilon_r R_1 R_2}{K(R_2 - R_1)}$$

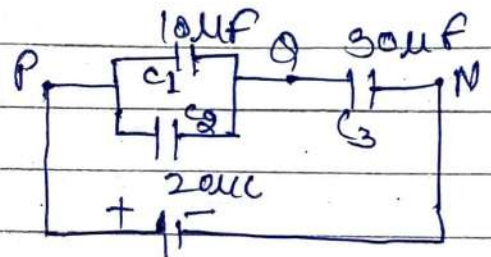
$$C_m = \frac{8 \times 1 \times 2}{9 \times 10^9 (2 - 1)}$$

$$= \frac{16}{9 \times 10^9 \times 1}$$

$$= 1.77 \times 10^{-9}$$

$$C_m = 1.77 \text{ nF}$$

4.13.



Solu.

C_1 व C_2 समान्तर क्रम में-

$$C_p = C_1 + C_2 = 10 + 20$$

$$C_p = 30 \mu\text{F}$$

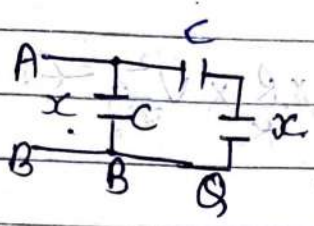
C_p व C_3 श्रेणीक्रम में-

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{2}{30}$$

$$C_s = 15 \mu\text{F}$$

4.14.

$$x = \frac{C(1 + \sqrt{5})}{2}$$

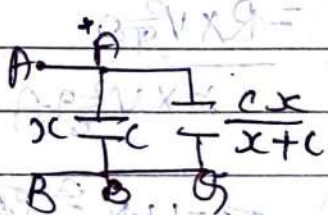


Solu. C व x क्षणीक्रम में

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{x+C}{Cx}$$

$$C_s = \frac{Cx}{x+C}$$



Solu. C व समान्तरक्रम में

$$C_p = C + \frac{Cx}{x+C}$$

$$x = \frac{C(x+C) + Cx}{x+C}$$

$$x = \frac{Cx + C^2 + Cx}{x+C}$$

$$x^2 + Cx = 2Cx + C^2$$

$$x^2 - Cx - C^2 = 0$$

धराचार्य विधि -

$$x = \frac{-(-C) \pm \sqrt{C^2 - 4(1)(-C^2)}}{2}$$

$$x = \frac{C \pm C\sqrt{1+4}}{2}$$

$$x = \frac{C(1 + \sqrt{5})}{2}$$

4.15.

$$A = 90 \text{ cm}^2 = 90 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$d = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$V = 400 \text{ Volt}$$

$$U = ?$$

Solu. $U = \frac{1}{2} CV^2$

$$\therefore C = \frac{AE_0}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} \left(\frac{AE_0}{d} \right) V^2$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{AE_0 V^2}{d}$$

A. Q. 4. $C_1 = 2 \mu\text{F}, C_2 = 4 \mu\text{F}$

Solu. क्षणीक्रम में तुल्य धारिता

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$C_s = \frac{4}{3} \mu\text{F}$$

समान्तर क्रम में

$$C_p = 2 + 4 = 6 \mu F$$

$$\text{अतः } \frac{C_s}{C_p} = \frac{2 \times 4}{3 \times 6} = \frac{8}{9}$$

Q.7. बड़ी बुंद का आयतन = 125 छोटी बुंदों के आयतन

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = 125 \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$R^3 = 125 r^3$$

$$R = 5r \quad \text{--- (1)}$$

आवेश संरक्षण के नियम से -

$$Q = 125 q \quad \text{--- (2)}$$

बड़ी बुंद पर विभव -

$$V_{\text{बड़ी}} = \frac{KQ}{R} = \frac{K \times 125 q}{5r}$$

$$V_{\text{बड़ी}} = \frac{25 \times Kq}{r}$$

$$V_{\text{बड़ी}} = 25 \times V_{\text{छोटी}}$$

$$V_{\text{बड़ी}} = 25 \times 200$$

$$V_{\text{बड़ी}} = 5000 \text{ Volt}$$

स्थितिज ऊर्जा -

बड़ी बुंद पर

$$U_{\text{बड़ी}} = \frac{1}{2} C_{\text{बड़ी}} V_{\text{बड़ी}}^2$$

$$\therefore C = 4 \pi \epsilon_0 R$$

$$U_{\text{बड़ी}} = \frac{1}{2} \times 4 \pi \epsilon_0 R \times V_{\text{बड़ी}}^2$$

$$U_{\text{बड़ी}} = \frac{1}{2} \times \frac{R}{K} \times V_{\text{बड़ी}}^2 \quad \text{--- (3)}$$

इसी प्रकार -

$$U_{\text{छोटी}} = \frac{1}{2} \times \frac{r}{K} \times V_{\text{छोटी}}^2 \quad \text{--- (4)}$$

समी (3) व (4) से

$$\frac{U_{\text{बड़ी}}}{U_{\text{छोटी}}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{R}{K} \times V_{\text{बड़ी}}^2}{\frac{1}{2} \times \frac{r}{K} \times V_{\text{छोटी}}^2}$$

$$\frac{U_{\text{बड़ी}}}{U_{\text{छोटी}}} = \frac{R \times V_{\text{बड़ी}}^2}{r \times V_{\text{छोटी}}^2}$$

$$\frac{U_{\text{बड़ी}}}{U_{\text{छोटी}}} = \frac{5 \times 25^2}{1 \times 200^2}$$

$$\frac{U_{\text{बड़ी}}}{U_{\text{छोटी}}} = \frac{5 \times 625}{40000}$$

$$\frac{U_{\text{बड़ी}}}{U_{\text{छोटी}}} = \frac{3125}{40000} = \frac{1}{12.8}$$

$$\frac{U_{\text{बड़ी}}}{U_{\text{छोटी}}} = 25 \times 125$$

$$\frac{U_{\text{बड़ी}}}{U_{\text{छोटी}}} = 3125$$

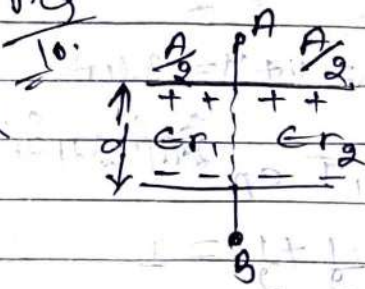
Q.8.



Solu. प्रथम पंक्ति की तुल्य धारिता

$$C = 1 \mu F$$

Pr. Q.

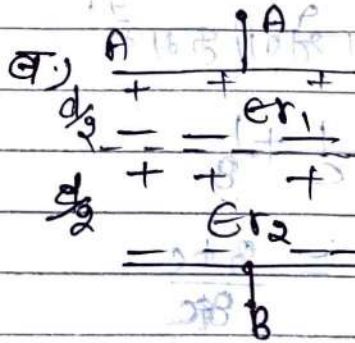


$$C_p = C_1 + C_2$$

$$\because C = \frac{A\epsilon_0}{d} \times \epsilon_r$$

$$C_p = \frac{A/2 \epsilon_0}{d} \times \epsilon_{r1} + \frac{A/2 \epsilon_0}{d} \times \epsilon_{r2}$$

$$C_p = \frac{A\epsilon_0}{2d} [\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}]$$



$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{\frac{A\epsilon_0}{d/2} \times \epsilon_{r1}} + \frac{1}{\frac{A\epsilon_0}{d/2} \times \epsilon_{r2}}$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{A\epsilon_0 \epsilon_{r1}} \times \frac{d}{2} + \frac{1}{A\epsilon_0 \epsilon_{r2}} \times \frac{d}{2}$$

* चालकों के संयोजन में संयोजन के पश्चात् आवेशों का अनुपात -

यदि - A का संयोजन के बाद आवेश -

$$Q_1' = C_1 V$$

$$\therefore V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

$$Q_1' = C_1 \left[\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \right] \quad \text{--- (1)}$$

इसी प्रकार चालक - B पर आवेश -

$$Q_2' = C_2 V$$

$$Q_2' = C_2 \left[\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \right] \quad \text{--- (2)}$$

यदि (1) ÷ (2) से

Q_1'	$= \frac{C_1}{C_2}$
Q_2'	$\frac{C_2}{C_2}$

अतः इससे स्पष्ट होता है कि संयोजन के पश्चात् चालकों के आवेशों का अनुपात उनका प्रारंभिक धारिताओं के अनुपात के बराबर होता है।

* चालकों के संयोजन के पश्चात् इनके विभव में परिवर्तन का अनुपात -
चालक - A के विभव में परिवर्तन -

$$\Delta V_A = V_1 - V$$

$$\therefore V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta V_A = V_1 - \left(\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \right)$$

$$\Delta V_A = \frac{V_1 (C_1 + C_2) - C_1 V_1 - C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta V_A = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_1 - C_1 V_1 - C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta V_A = \frac{C_2 (V_1 - V_2)}{(C_1 + C_2)} \quad \text{--- (1)}$$

इसी प्रकार चालक - B के विभव में परिवर्तन -

$$\Delta V_B = V - V_2$$

$$\Delta V_B = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} - V_2$$

$$\Delta V_B = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2 - V_2 (C_1 + C_2)}{(C_1 + C_2)}$$

$$\Delta V_B = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2 - (C_1 V_2 + C_2 V_2)}{(C_1 + C_2)}$$

$$\Delta V_B = \frac{C_1(V_1 - V_2)}{C_1 + C_2} \quad \text{--- (2)}$$

अतः समी. (1) & (2) से:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{C_2(V_1 - V_2)}{(C_1 + C_2)} \times \frac{(C_1 + C_2)}{C_2(V_1 - V_2)}$$

$$\boxed{\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{C_2}{C_1}}$$

अतः इससे स्पष्ट होता है कि चालकों के विभव में परिवर्तन का अनुपात इनकी पारस्परिक धारिताओं के व्युत्क्रम अनुपात के बराबर होता है।

* चालकों के संयोजन में स्थितिज ऊर्जा में होने वाली हानि अथवा ऊर्जा क्षय -

$$\Delta U = \text{संयोजन से पूर्व स्थितिज ऊर्जा} - \text{संयोजन के बाद स्थितिज ऊर्जा}$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} CV^2 \text{ से}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 - \left(\frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2 \right)$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 - \frac{1}{2} V^2 (C_1 + C_2)$$

$$\therefore V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \text{ से}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 - \frac{1}{2} \times \frac{(C_1 V_1 + C_2 V_2)^2}{(C_1 + C_2)^2} \times (C_1 + C_2)$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left[C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2 - \frac{(C_1^2 V_1^2 + C_2^2 V_2^2 + 2 C_1 C_2 V_1 V_2)}{(C_1 + C_2)} \right]$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left[\frac{C_1 V_1^2 (C_1 + C_2) + C_2 V_2^2 (C_1 + C_2) - C_1^2 V_1^2 - C_2^2 V_2^2 - 2(C_1 C_2 V_1 V_2)}{C_1 + C_2} \right]$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left[\frac{C_1^2 V_1^2 + C_1 C_2 V_1^2 + C_1 C_2 V_2^2 + C_2^2 V_2^2 - C_1^2 V_1^2 - C_2^2 V_2^2 - 2C_1 C_2 V_1 V_2}{C_1 + C_2} \right]$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} C_1 C_2 \left[\frac{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2}{C_1 + C_2} \right]$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) (V_1 - V_2)^2$$

यदि $V_1 > V_2$ or $V_2 > V_1$ हो तो

$$\Delta U = (+) \text{ive}$$

$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ = समानित धारिता

Note:- जब किसी संधारित्र की ऊर्जा स्रोत के द्वारा प्रदान की जाती है तो संधारित्र के द्वारा प्रदान की गई ऊर्जा का आधा भाग $\left(\frac{1}{2} QV \right)$ संग्रहित किया जाता है जबकि शेष आधा भाग ऊर्जा स्वयं व्यय के रूप में बाहर निकल जाता है।

* संधारित्रों के संयोजन में संग्रहित ऊर्जा -

1) श्रेणी क्रम संयोजन में संग्रहित ऊर्जा -

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad \text{--- (1)}$$

संग्रहित ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$U = \frac{Q^2}{2} \times \frac{1}{C_s}$$

समी. ① सं.

$$U = \frac{Q^2}{2} \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right]$$

$$U = \left(\frac{Q^2}{2C_1} + \frac{Q^2}{2C_2} + \dots + \frac{Q^2}{2C_n} \right)$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

ii) समांतर क्रम में संयोजित ऊर्जा -

$$C_p = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad \text{--- ①}$$

अतः संयोजित ऊर्जा -

$$U = \frac{1}{2} C_p V^2 \quad \text{सं. ①}$$

$$U = \frac{1}{2} C_p V^2$$

$$U = \frac{1}{2} (C_1 + C_2 + \dots + C_n) V^2$$

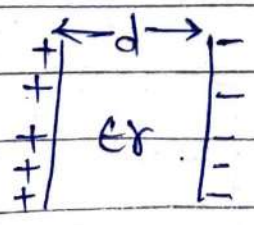
$$U = \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2 + \dots + \frac{1}{2} C_n V^2$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

अतः इससे स्पष्ट होता है कि संघारित्रों के संयोजन में स्थितिज ऊर्जा का मान समान रहता है।

Note: - 1. जब समांतर स्लेट संघारित्र से कोई ऊर्जा खोती न पड़े हो तो विभिन्न भौतिक राशियों में

परिवर्तन $= \frac{U}{2}$



i) आवेश -

$Q =$ अपरिवर्तित रहेगा ।

ii) धारिता

$$C_m = C_0 \times \epsilon_r \text{ (}\epsilon_r \text{ गुने की वृद्धि)}$$

iii) विभव -

$$V_m = \frac{V_0}{\epsilon_r} \text{ (}\epsilon_r \text{ गुने की कमी)}$$

iv) स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

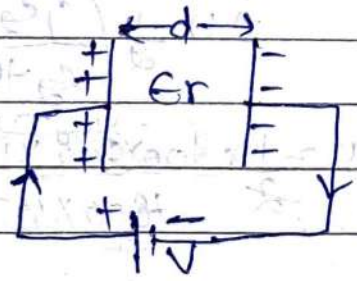
$$U_m = \frac{1}{2} C_m V_m^2$$

$$U_m = \frac{1}{2} C_0 \epsilon_r \times \frac{V_0^2}{\epsilon_r^2}$$

$$U_m = \frac{1}{2} (C_0 V_0^2) \frac{1}{\epsilon_r}$$

$$U_m = \frac{U_0}{\epsilon_r} \text{ (}\epsilon_r \text{ गुने की कमी)}$$

v) ϵ_r



i) आवेश

$Q =$ बढ़ेगा (ϵ_r गुना)

ii) धारिता

$$C_m = C_0 \times \epsilon_r \text{ (}\epsilon_r \text{ गुने की वृद्धि)}$$

iii) विभव

9v) स्थितिज ऊर्जा $V =$ अपरिवर्तित रहेगा
 $U = \frac{1}{2} CV^2$ से

$$U_m = \frac{1}{2} C_m V_m^2$$

$$U_m = \frac{1}{2} C_0 \epsilon_r \times V_0^2$$

$$U_m = \left(\frac{1}{2} C_0 V_0^2 \right) \times \epsilon_r$$

$$U_m = U_0 \times \epsilon_r \quad (\epsilon_r \text{ गुने की वृद्धि})$$

4.16.

$$C_1 = 600 \text{ pF}, V_1 = 200 \text{ V}$$

$$C_2 = 600 \text{ pF}, V_2 = 0 \text{ Volt}$$

$$\Delta U = ?$$

Solu. $\Delta U = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (V_1 - V_2)^2$ से

$$\Delta U = \frac{1}{2} \times \frac{6 \times 10^{-10} \times 6 \times 10^{-10} \times (200)^2}{(6+6) \times 10^{-10}}$$

$$\Delta U = 6 \times 10^{-10} \times 4 \times 10^4$$

$$\Delta U = 6 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$U = 45 \times 10^{-7} \text{ जूल}$$

$$C_2 = 900 \text{ pF}, V_2 = 0 \text{ Volt}$$

ऊर्जा हानि -

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) (V_1 - V_2)^2$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \times \frac{900 \times 600 \times 10^{-12} \times 100 \times 100}{1000 \times 10^{-12}}$$

4.17.

$$C_1 = 900 \text{ pF}, V_1 = 100 \text{ Volt}$$

$$\Delta U = 225 \times 10^{-8} \text{ Joule}$$

Solu. i) संचित ऊर्जा -

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \text{ से}$$

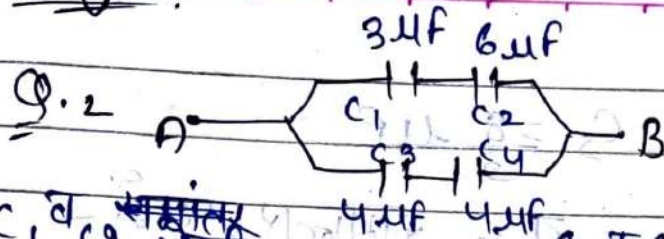
$$U = \frac{1}{2} \times 900 \times 10^{-12} \times 100 \times 100$$

अतः संचित ऊर्जा -

$$U_{\text{संचित}} = 45 \times 10^{-7} = 225 \times 10^{-8}$$

$$U_{\text{संचित}} =$$

Objective



C_1 व C_2 श्रेणी
 $\frac{1}{C_3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6}$

$\frac{1}{C_3} = \frac{3}{6} \Rightarrow C_3 = 2$

C_3 व C_4 श्रेणी

$\frac{1}{C_{3'}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow C_{3'} = 2$

C_3 व $C_{3'}$ समांतर
 $C_p = C_3 + C_{3'}$
 $= 2 + 2$

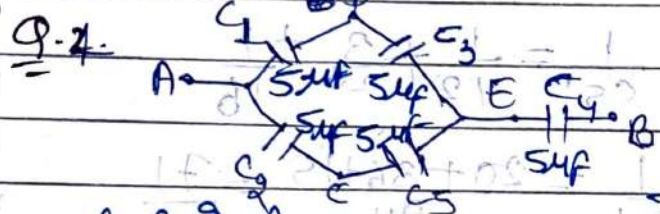
$C_p = 4$

$C_{eq} = \frac{A_1 \epsilon_0 + A_2 \epsilon_0 \epsilon_r}{d}$

$C_{eq} = \frac{A \epsilon_0}{2d} + \frac{A \epsilon_0 \epsilon_r}{2d}$

$= \frac{A \epsilon_0}{2d} (1 + \epsilon_r)$

$C_{eq} = \frac{C}{2} [1 + \epsilon_r]$



C_1 व C_2 श्रेणी

$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

$C_3 = 2.5$

इसी प्रकार C_4 व C_5

$C_{3'} = 2.5$

C_3 व $C_{3'}$ समांतर क्रम

$C_p = 2.5 + 2.5 = 5$

C_p व C_4 श्रेणी क्रम

$\frac{1}{C_{3''}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

$\frac{1}{C_{3''}} = \frac{2}{5}$

$C_{3''} = 2.5 \mu F$

Q.7. $\frac{4}{R} = \frac{8 \times 4}{R}$

$R = 2r$

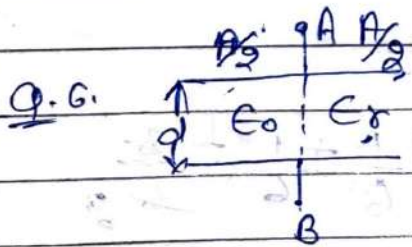
$\frac{C_{वडा}}{C_{छोटी}} = \frac{4 \pi \epsilon_0 R}{4 \pi \epsilon_0 r} = \frac{2r}{r}$

$C_{वडा} = 2 \times C_{छोटी}$

$C_{वडा} = 2 \mu F$

Q.5. $C \propto R$

$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$



$C_{eq} = C_0 + C_m$

$C = \frac{A \epsilon_0}{d}$

Q.9. $w = \frac{Q^2}{2C}$

$Q' = 2Q$

$w' = \frac{(2Q)^2}{2C} = \frac{4Q^2}{2C}$

$w' = 4w$

Q.10. $C_1 = 3 \mu F, C_2 = 5 \mu F$

$V_1 = 300V, V_2 = 500V$

$V = ?$

Solu: $V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$

$$\frac{3 \times 300 + 5 \times 50}{3 + 5} \times 10^{-6}$$

$$= \frac{900 + 250}{8} \times 10^{-6}$$

$$= \frac{1150}{8} \times 10^{-6}$$

$V = 425$

$V = 425 \times 10^{-6} V$

$C_3 = \frac{8}{3} \mu F$

C_3 व C_4 समान्तर क्रम में -

$C_p = \frac{8}{3} + 4$

$C_p = \frac{8 + 12}{3} = \frac{20}{3} \mu F$

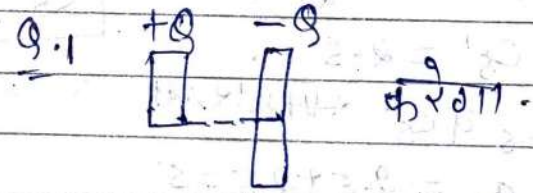
अतः C_1, C_p व C_5 श्रेणी क्रम में -

$\frac{1}{C_5'} = \frac{1}{12} + \frac{3}{20} + \frac{1}{16}$

$\frac{1}{C_5'} = \frac{20 + 36 + 15}{240} = \frac{71}{240}$

$C_5' = \frac{240}{71} \mu F$

अति लघुत्वात् क्रम -



Q.12. C_2 व C_3 समान्तर क्रम -

$C_p = 3 + 6 = 9 \mu F$

C_p व C_1 श्रेणी क्रम में

$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{4.5} + \frac{1}{9}$

$\frac{1}{C_5} = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$C_5 = 3 \mu F$

$Q = CV$ से

$Q = 3 \times 10^{-6} \times 12$

$Q = 36 \times 10^{-6} C$

$\therefore V = \frac{Q}{C}$ से

$V = \frac{36 \times 10^{-6}}{4.5} \times 10^2$

$\frac{4.25 \times 10^{-6}}{5}$

$V = 8 \text{ Volt}$

Q.13. समान्तर क्रम -

$C_p = 6 + 6 + 6 = 18 \mu F$

श्रेणी क्रम में -

$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$C_5 = 2 \mu F$

$\frac{C_p}{C_5} = \frac{18 \mu F}{2 \mu F} = \frac{9}{1}$

Q.13. Solu: C_2 व C_3 श्रेणी क्रम में -

$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1+2}{8} = \frac{3}{8}$

Q.9. $U = \frac{Q^2}{2C}$

$U_1 = \frac{Q^2}{2C_1}, U_2 = \frac{Q^2}{2C_2}$

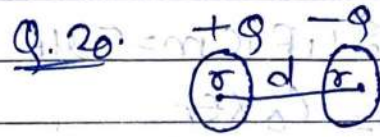
$\frac{U_1}{U_2} = \frac{Q^2}{2C_1} \times \frac{2C_2}{Q^2}$

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$

Q.18. $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$C_s = 1 \mu F$

Q.19. $C_m = C_0 \times \epsilon_r$
 $C_m = 2C_0$



$\frac{A\epsilon_0}{d} = 4\pi\epsilon_0 R$

$\frac{\pi r^2 \epsilon_0}{d} = 4\pi\epsilon_0 R$

$d = \frac{r^2}{4R}$

Q.13. $C_m = C_0 \times \epsilon_r$

$C_m = 5C_0$

$\therefore \epsilon_r = 5$

Q.15. $C = \frac{A\epsilon_0}{d}$ (a)

$C_m = \frac{A\epsilon_0}{d/2} = \frac{2A\epsilon_0}{d}$

$C_m = 2C$

लघु-तन्त्रमक-

Q.8. $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C}$

$C_s = \frac{C}{3}$

समोत्तर-

$C_p = C + C + C = 3C$

$\frac{C_s}{C_p} = \frac{C/3}{3C}$

$\frac{C_s}{C_p} = \frac{1}{9}$

Q.16. $C = 24 \mu F$

$V = 500 \text{ V}$

Soln. $U = W = \frac{1}{2} CV^2$

$U = \frac{1}{2} CV^2$

$= \frac{1}{2} \times 500 \times 500 \times 24 \times 10^{-6}$

$= 12 \times 250000 = 12 \times 25 \times 10^2$

$= 300 \times 10^2$

$U = 3J$

Q.9. $C_s = \frac{C}{n}$ — (1)
समांतर क्रम

$C_p = nC$ — (2)

$\frac{C_p}{C_s} = \frac{nC \times n}{\frac{C}{n}} = \frac{n^2}{1}$

$\therefore C = 4\pi\epsilon_0 R$
 $V = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2}$
 $V = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)}$

$V = k \frac{(Q_1 + Q_2)}{(R_1 + R_2)} = \frac{9 \times 10^9 \times 15 \times 10^{-6}}{0.15}$

$V = \frac{9 \times 10^9 \times 1000 \times 10^{-6}}{15}$

$V = 9 \times 10^6$

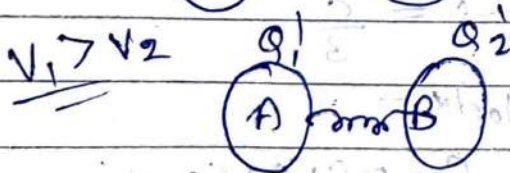
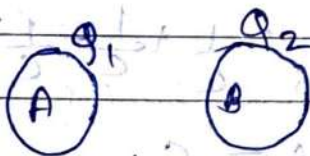
Q.12. $C_0 = 2 \mu F$, $C_m = 5 \mu F$
 $\therefore C_m = C_0 \times \epsilon_r$

$\epsilon_r = \frac{C_m}{C_0} = \frac{5 \mu F}{2 \mu F} = 2.5$

$\epsilon_r = 2.5$

A. Q. 4
 $R_1 = 0.05 m$, $R_2 = 0.10 m$
 $Q_1 = Q_2 = 75 \mu C$

Solu.



$V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$
 $\therefore Q = CV$

$V = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}$

आवेश प्रवाह की मात्रा -
चालक A में -

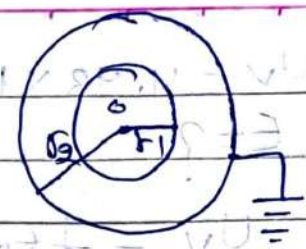
$= Q_1 - Q_1'$
 $= Q_1 - C_1 V$
 $= Q_1 - 4\pi\epsilon_0 R_1 V$
 $= Q_1 - \frac{R_1 V}{k}$
 $= 75 \times 10^{-6} - 0.05 \times 9 \times 10^6$
 $= \frac{75}{10^6} - \frac{5}{10^5} = \frac{75 - 50}{10^6}$
 $= 25 \times 10^{-6}$

इसी प्रकार चालक B में -

$= Q_2 - Q_2'$
 $= C_2 V = Q_2$
 $= 4\pi\epsilon_0 R_2 V = Q_2$

$$I = \frac{R_2 V}{R} = Q_2$$

Q. 12.



$$\frac{r_2}{r_1} = n \Rightarrow r_2 = \left(\frac{n}{n-1}\right) r_1$$

विभागीत शैलीय चालक की धारिता -

$$C = 4\pi\epsilon_0 r_1 \quad \text{--- (1)}$$

शैलीय संधारित्र की धारिता -

$$C' = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

$$C' = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 \left(\frac{n}{n-1}\right) r_1}{\left(\frac{n}{n-1}\right) r_1 - r_1}$$

$$C' = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1^2 \left(\frac{n}{n-1}\right)}{r_1 \left[\frac{n}{n-1} - 1\right]}$$

$$C' = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1^2 \left(\frac{n}{n-1}\right)}{r_1 \left[\frac{n - n + 1}{n-1}\right]}$$

$$C' = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1^2 n \times n + 1}{n-1}$$

$$C' = 4\pi\epsilon_0 r_1^2 n$$

$$C' = Cn$$

Q. 6. $C_1 = 2\mu f, C_2 = 1\mu f$
 $V_1 = 150V, V_2 = 0V$

Solu. $V = C_1 V_1 + C_2 V_2$

$$V = \frac{2 \times 10^{-6} \times 150 + 1 \times 10^{-6} \times 0}{(2+1) \times 10^{-6}} = \frac{300 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-6}}$$

$$V = 100 \text{ Volt}$$

संयोजन के बाद आवेश
पहले चालक पर -

$$Q_1 = C_1 V$$

$$Q_1 = 2 \times 100 \times 10^{-6}$$

$$Q_1 = 200 \mu C$$

दूसरे चालक पर

$$Q_2 = C_2 V$$

$$Q_2 = 1 \times 10^{-6} \times 100$$

$$Q_2 = 100 \mu C$$

$$C_p - C_s = \left(\frac{n^2 - 1}{n} \right) C$$

A.
Q.13. $U_v = 4.43 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3$
 $E = ?$

Solu. $U_v = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$
 $E = \sqrt{\frac{2U_v}{\epsilon_0}}$

~~Q.13.~~
 $C_p - C_s = C \frac{(n^2 - 1)}{n}$

A: Q.16.
 $r = 10 \text{ cm}, d = 10 \text{ cm}$
 $C = ?$

Solu. $C = A \epsilon_0$

$C = \frac{\pi r^2 \epsilon_0}{d}$

$C = \frac{3.14 \times 10^{-2} \times 8.854 \times 10^{-12}}{10 \times 10^{-2}}$

$C = 3.14 \times 10^{-2} \times 10^{-13} \times 8.854$

$C = 3.14 \times 8.854 \times 10^{-13}$

$C = 27.8 \times 10^{-12}$

$C = 2.78 \times 10^{-12}$

$C = 2.78 \text{ pF}$

Q.14. a)

$C_{eq} = C_1 + C_2$

$C_{eq} = \frac{A \epsilon_0}{d} + \frac{A \epsilon_0}{d} = \frac{2A \epsilon_0}{d}$

b) $C_{eq} = \frac{3A \epsilon_0}{d}$

A. Q.15. $C_s = \frac{C}{n}$ — (1)

समानतर सम

$C_p = nC$ — (2)

$C_p - C_s = nC - \frac{C}{n}$

$C_p - C_s = \frac{n^2 C - C}{n}$